



БИБЛИОТЕЧКА • КВАНТ •
выпуск 40

С.С. ХИЛЬКЕВИЧ

ФИЗИКА ВОКРУГ НАС

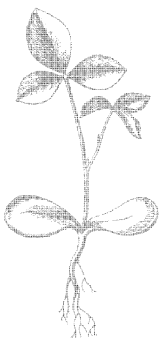




БИБЛИОТЕЧКА • КВАНТ •
выпуск 40

С. С. ХИЛЬКЕВИЧ

ФИЗИКА ВОКРУГ НАС



МОСКВА «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
1985

22.3

X-45

УДК 53

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Академик **И. К. Кикоин** (председатель), академик **А. Н. Колмогоров** (заместитель председателя), профессор **Л. Г. Асламазов** (ученый секретарь), член-корреспондент АН СССР **А. А. Абрикосов**, академик **Б. К. Вайнштейн**, заслуженный учитель РСФСР **Б. В. Воздвиженский**, профессор **С. П. Капица**, академик **С. П. Новиков**, академик **Ю. А. Осипьян**, академик АПН СССР **В. Г. Разумовский**, академик **Р. З. Сагдеев**, профессор **Я. А. Смородинский**, академик **С. Л. Соболев**, член-корреспондент АН СССР **Д. К. Фаддеев**, член-корреспондент АН СССР **И. С. Шкловский**.

Ответственный редактор выпуска **А. В. Митрофанов**.

Хилькевич С. С.

X-45 Физика вокруг нас.— М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985.— 160 с.— (Библиотечка «Квант». Вып. 40.) — 25 к.

Ко многим явлениям человек привыкает настолько, что не обращает на них внимания. Однако при более внимательном взгляде в них обнаруживаются интереснейшие физические процессы. В книге рассматриваются примеры таких физических «неожиданностей» из всех основных разделов школьной программы по физике: механики, теории колебаний, молекулярно-кинетической теории, термодинамики, электричества, оптики.

Подробно и доступно рассказывается о том, почему вода выливается из ведра и не выливается из флакона, о механизмах терморегулирования китов, о свойствах болотной трясины и др.

Для школьников и преподавателей.

X $\frac{1704010000-022}{053(02)-85}$ 194—84

ББК 22.3
530

При рассмотрении роли, которую играет в жизни людей физика, прежде всего бросается в глаза такое ее свойство, как полезность. Польза физики заключается в том, что ее достижения значительно облегчают жизнь и труд людей. Даже в быту нас окружают телевизоры, магнитофоны, стиральные машины, холодильники и другие устройства, облегчающие нам ведение домашнего хозяйства и украшающие наш досуг. И когда говорят, что физика окружает нас повсюду, то чаще всего имеют в виду именно этот процесс стремительного внедрения достижений физики во все сферы человеческой деятельности.

Однако люди занимаются физикой не только потому, что она полезна. Физика еще и красива. Разговор о красоте физики вести гораздо сложнее, чем о ее полезности — здесь многое зависит от индивидуальной точки зрения. Одни видят красоту физики в изящности ее логических построений, в возможности объяснения огромного многообразия явлений с помощью небольшого количества первопринципов. Другие находят очарование в лаконичности и ясности языка формул, на котором Природа формулирует свои законы. Третьи видят красоту физики в ее неисчерпаемости, бесконечности познания окружающего мира. Четвертые — в яростной напряженности мысли и остроте споров, из которых рождается истина. А есть еще точки зрения пятых, шестых...

Одно из проявлений красоты физики автор этой книги видит в том, что даже в тех явлениях, к которым мы привыкли настолько, что не обращаем на них внимания, можно обнаружить интереснейшие физические процессы. Иногда внимательное рассмотрение привычных, обыденных явлений открывает в них совершенно неожиданные стороны. Примерам таких «физических неожиданностей» и посвящена эта книга.

Поскольку факт, воспринимаемый одним читателем как неожиданность, другим будет восприниматься как нечто совершенно очевидное, следует отметить, что все разделы этой книги могут читаться независимо друг от друга. Если содержание какого-то раздела вам хорошо известно, то его можно пропустить без ущерба для восприятия остального материала.

Книга предназначена для школьников, поэтому разбиение материала по главам примерно соответствует основным разделам школьного курса физики: механика, колебания и волны, молекулярно-кинетическая теория, электричество, оптика. В каждой главе приведено несколько примеров из соответствующего раздела физики.

В некоторых примерах рассмотрены довольно сложные явления. Чтобы облегчить усвоение материала, изложение каждого такого примера разбито на несколько этапов, и уровень сложности от одного этапа к другому постепенно возрастает. Сначала, как правило, формулируется вопрос, затем дается ответ на него на качественном уровне, без формул, а только потом начинается более сложный этап, связанный с конкретными вычислениями. Таким образом, читатель с любым уровнем подготовки сможет извлечь из книги что-то полезное. Знаний, выходящих за пределы школьной программы, при чтении книги не понадобится.

Автор считает своим долгом выразить благодарность профессору Л. Г. Асламазову, А. В. Митрофанову и В. Б. Посоховскому за сделанные замечания, а также О. Р. Грундайте, Е. Н. Кудрявцевой и другим студентам физико-математического факультета Даугавпилсского педагогического института за помощь при подготовке рукописи.

МЕХАНИКА

§ 1. КАК ПОВОРАЧИВАЮТ ПОЕЗДА?

Первые неожиданности

Ну, начнем! Дойдя до конца нашей истории, мы будем знать больше, чем теперь.

Х К Андерсен «Снежная королева»

К числу явлений, которые при внимательном рассмотрении обнаруживают неожиданные стороны, относится поворот поездов. «Что тут может быть неожиданного?» — недоуменно спросит читатель. «Здесь все предельно ясно. Поезд движется по рельсам, и если рельсы поворачивают, то должен повернуть и поезд. Куда же ему еще деваться?» На самом деле все обстоит далеко не так просто, и чтобы убедиться в этом, рассмотрим несколько фактов.

Первый факт совершенно элементарен и заключается в том, что при повороте любой повозки колеса, находящиеся на одной оси, проходят разные пути. Взгляните, например, на телегу, которая поворачивает вправо (рис. 1). Очевидно, что дуга AB длиннее дуги $A'B'$ и левое колесо на повороте пройдет больший путь, чем правое. Очевидно также, что для того, чтобы пройти больший путь, левое колесо должно сделать большее число оборотов, чем правое.

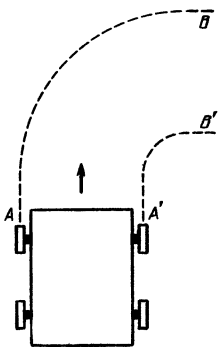


Рис. 1.

Колеса у телеги подвешены независимо друг от друга, вращение одного никак не влияет на вращение другого и никаких проблем с поворотом телеги не возникает.

Но железнодорожный вагон — не телега! Существенное различие между ними состоит в том, что колеса вагона, имеющие общую ось, связаны между собой и не могут вращаться независимо друг от друга.

Различие конструкций вагона и телеги объясняется различием условий их движения. Телега «работает» на широкой дороге, и если по какой-то причине расстояние между колесами у нее немного изменится, то ничего страшного не произойдет. Для вагона дело обстоит иначе: он движется по рельсам и из соображений безопасности движения его колеса должны находиться на постоянном и строго определенном расстоянии одно от другого. По существующим в СССР стандартам у вагонов, предназначенных для движения со скоростями, меньшими 120 км/ч, расстояние между внутренними гранями колес должно быть равно $1440 \pm \frac{1}{2}$ мм. У скоростных вагонов ($v > 120$ км/ч) это расстояние составляет $1440 \pm \frac{2}{1}$ мм. Как видите, требования очень жесткие: для скоростных вагонов уменьшение расстояния между колесами хотя бы на 1,5 мм по сравнению со значением 1440 мм уже недопустимо, поскольку может привести к аварии.

При независимой подвеске колес добиться требуемой точности практически невозможно, поэтому колеса железнодорожных вагонов соединяют друг с другом в жесткую конструкцию с помощью общей оси. Два колеса и соединяющая их ось образуют так называемую колесную пару и при движении вагона колесная пара вращается как единое целое. Выясняется, что вагон не может повернуться так, как это делает телега: одно колесо не может сделать больше оборотов, чем другое. Тем не менее одно из колес должно проходить на повороте больший путь. Как такое может быть?

После некоторого размышления напрашивается только один ответ: для того чтобы при одинаковом количестве оборотов колеса могли проходить разные пути, одно из них неизбежно должно проскальзывать относительно рельса. Однако этот ответ, на первый взгляд кажущийся единственно возможным, неверен! Правилами эксплуатации железных дорог проскальзывание колеса вагона относительно рельса категорически запрещается. Исключения составляют только немногочисленные особые случаи, типа экстренного торможения. Проскальзывание колеса относительно рельса является основной причиной износа пути и подвижного состава железных дорог, ухудшает устойчивость вагона на рельсах, отрицательно влияет на безопасность движения, и поэтому, если такое проскальзывание достигает хотя бы нескольких миллиметров на сто метров пути, дорога в эксплуатацию не принимается.

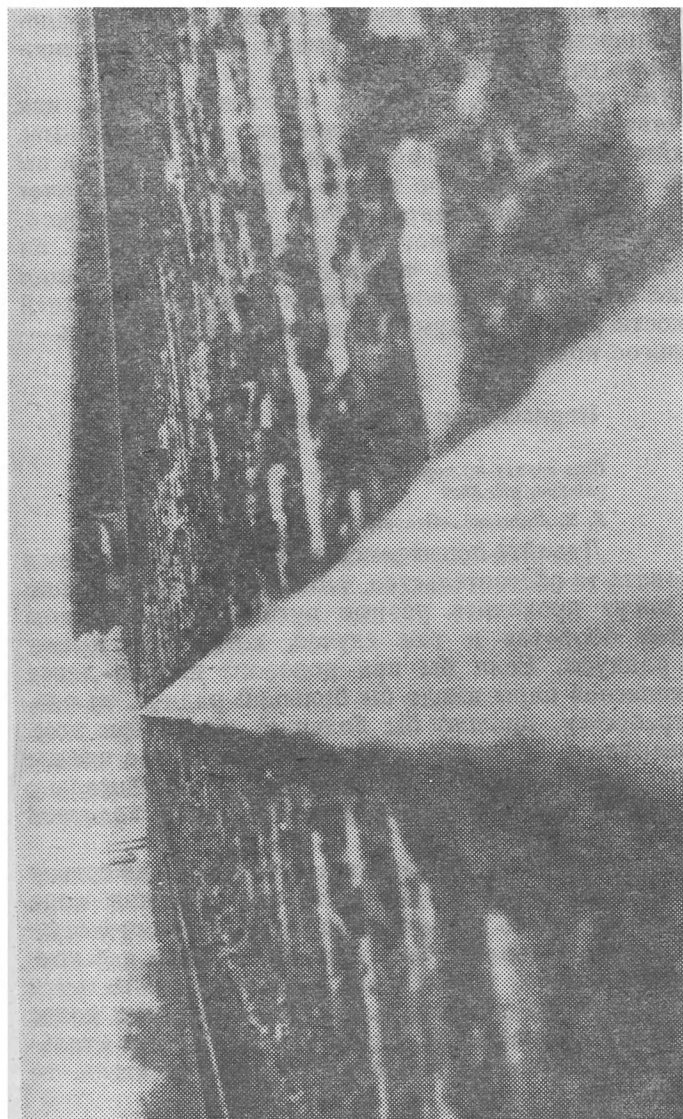


Рис. 2.

Теперь перед нами возникла загадочная ситуация. С одной стороны, все мы прекрасно знаем, что поезда благополучно поворачивают. С другой стороны, совершенно непонятно, как колеса одной колесной пары могут на повороте пройти разные пути, если они делают одинаковое количество оборотов и не имеют возможности проскальзывать относительно рельса.

Вы уже убедились, вероятно, что вопрос о том, как поворачивают поезда, не является бессмысленным. Попробуйте самостоятельно найти ответ на него — и вы увидите, что это далеко не просто. Для тех, кто захочет отложить книгу и поломать голову над этой загадкой, ключом к решению может послужить фотография на рис. 2. Вероятно, многие читатели и раньше обращали внимание на светлую полосу, которая видна на верхней поверхности рельса. Подумайте, как она образовалась — и вы многое поймете.

Первый шаг к разгадке

Шел солдат по дороге:
раз-два, раз-два!

Х. К. Андерсен. «Огниво»

Давайте попытаемся для решения проблемы использовать то обстоятельство, что непроскальзывающие колеса могут проходить разные пути при одинаковом количестве оборотов в том случае, когда они имеют разные радиусы. Если бы при повороте вправо левое колесо колесной пары имело бы больший радиус, то оно, как и требуется, прошло бы больший путь. При этом проскальзывание не нужно, и такая ситуация нас вполне могла бы удовлетворить. Может быть, действительно стоит сделать разными радиусы колес одной колесной пары?

«Оно бы хорошо так, — вздохнет читатель, — да только никак это невозможно. Одна и та же колесная пара должна поворачивать то вправо, то влево, поэтому в одни моменты времени должно быть большим правое, а в другие — левое колесо. Кроме того, большую часть пути поезд движется по прямой, а при этом радиусы колес должны быть одинаковыми. Не может же радиус стального колеса в процессе движения то увеличиваться, то уменьшаться!»

Самое удивительное, что именно это и происходит на самом деле. В одни моменты времени большим оказы-

вается радиус правого, а в другие — левого колеса. Это утверждение требует уточнения, и сейчас мы дадим самое общее представление о том, что же происходит в действительности.

Весь секрет заключается в том, что поверхность колеса, которая соприкасается с рельсом и называется поверхностью катания, не является цилиндрической, а имеет сложную форму. О точной форме поверхности катания мы поговорим позднее, а пока рассмотрим, как будет вести себя на рельсах колесная пара с коническими поверхностями катания, условно изображенная на рис. 3.

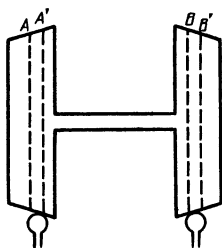


Рис. 3.

При движении такой колесной пары с рельсом соприкасается не вся поверхность катания, а только некоторые ее точки. Окружности, на которых лежат соприкасающиеся с рельсом точки колеса, называются окружностями катания.

Если колесная пара расположена на рельсах симметрично, то радиусы окружностей катания правого и левого колес (окружностей A и B на рис. 3) равны между собой, поэтому при одинаковом количестве оборотов правое и левое колеса пройдут одинаковые пути — именно так колесная пара движется на прямолинейных участках. На поворотах колесная пара смещается относительно рельсов в поперечном направлении, радиусы новых окружностей катания (окружностей A' и B' на рис. 3) становятся разными, и за счет этого колеса получают возможность проходить неодинаковые пути при одинаковом количестве оборотов.

Вот и все! Для полного понимания осталось только выяснить, почему на повороте колесная пара смещается относительно рельсов в поперечном направлении — ведь именно такое смещение делает радиусы окружностей катания неодинаковыми.

Второй шаг к разгадке

Для того чтобы на повороте вагон вместе со всеми своими колесными парами сместился относительно рельсов в поперечном направлении, никаких специальных приспособлений создавать не надо: такое смещение произойдет автоматически, без всяких внешних воздействий. Чтобы понять причину этого, нам придется потратить несколько минут на рассмотрение такого свойства тел, как инерция.

Напомним, что в конце XVI — начале XVII веков великий итальянский астроном, механик и физик Галилео Галилей (1564—1642) произвел серию опытов по изучению движения тел, которые позволили установить следующий закон: если на тело не действуют другие тела, то оно сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения относительно Земли *). Этот закон был назван законом инерции (от латинского *inertia* — бездействие), а свойство тел сохранять свою скорость при отсутствии внешних воздействий и изменять ее только при взаимодействии с другими телами стало называться инертностью. Заметим, что закон инерции был открыт задолго до того, как Ньютону удалось сформулировать свои знаменитые три закона, которые являются основой всей механики. Законы Ньютона включают в себя закон инерции, и задачу о движении вагона надо решать исходя из них, но в данном случае можно провести качественное рассмотрение вопроса, основываясь на законе инерции.

В самом деле, рассмотрим вагон, который равномерно и прямолинейно движется по рельсам. Такое движение возможно в том случае, если воздействия на вагон со стороны других тел компенсируют друг друга: вес компенсируется реакцией со стороны рельсов, а сила сопротивления движению компенсируется тягой локомотива. При

*) В таком виде закон был впервые сформулирован Декартом. Сам Галилей называл инерцией «естественное свойство планет двигаться вокруг Солнца» и считал, что движение по инерции может быть только движением по окружности. В действительности даже Земля не является инерциальной системой, так как она вращается вокруг своей оси и вокруг Солнца, однако ускорения, связанные с этими движениями, малы и обычно можно считать, что в системе Земли выполняется закон инерции.

такой взаимной компенсации сил можно считать, что вагон ведет себя так, будто никакие силы вообще не действуют, т. е. в соответствии с законом инерции сохраняет состояние равномерного прямолинейного движения. А что будет происходить, если рельсы вдруг начнут поворачивать? Поскольку вагон стремится двигаться прямолинейно, то рельсы начнут «уходить» из-под него в сторону и такой уход приведет к тому, что колесные пары займут относительно рельсовых нитей несимметричное положение. Таким образом, смещение вагона относительно рельсов в поперечном направлении объясняется инерцией вагона. Это смещение приводит к тому, что радиусы окружностей катания становятся неодинаковыми и колеса без проскальзывания проходят разные пути при одинаковом числе оборотов.

Смещение рельсовых нитей и колесных пар друг относительно друга будет происходить до тех пор, пока одно из колес не упрется в рельс выступом, имеющимся на внутренней грани колеса — этот выступ называется гребнем и предохраняет колесную пару от схода с рельсов. Если рельсы уходят из-под вагона вправо, то в рельс упирается гребень левого колеса, и возникает приложенная к вагону сила, которая направлена вправо. Эта сила играет роль центростремительной силы и приводит к тому, что вагон начинает двигаться по окружности.

Теперь все стало на свои места. Мы выяснили, почему колеса проходят поворот без проскальзывания, почему вагон на повороте смещается в поперечном направлении и откуда берется центростремительная сила. Ясно все, кроме одного — если вы присмотритесь к форме поверхности катания реальной колесной пары, то увидите, что она вовсе не является конической...

Согласитесь, что после того, как мы затратили столько усилий, остановиться на полпути было бы неразумно.

Что происходит на самом деле?

И крутит, и крутит колеса рычаг —

Да, так это,

так это,

так это,

так!

Ю. Тувим. «Паровоз»

В действительности поверхность катания колесных пар имеет сложную форму, два варианта которой — старый и новый — изображены на рис. 4. Такая

У внутреннего обода колеса имеется гребень. Начиная от гребня поверхность катания делается слегка конической, вначале с уклоном 1:10, а затем 1:3,5 (у нового



Разберем теперь функции различных участков поверхности катания. О функции гребня мы уже сказали, он предохраняет колесную пару от схода с рельсов. Гребень вагонного колеса имеет высоту 28 мм и толщину 33 мм, измеренную на расстоянии 18 мм от вершины. Одно из

отличий нового профиля (рис. 4, б) от старого (рис. 4, а) заключается в том, что у него угол наклона наружной части гребня увеличен с 60 до 65°. Это сделано для уменьшения износа гребня и повышения устойчивости колесной пары на рельсах.

Об одной из функций конусности 1:10 мы уже тоже говорили: она нужна для обеспечения поворота вагона. Но эта конусность работает и на прямой. Если при движении на прямолинейном участке колесная пара займет такое положение, что одно колесо приблизится своим гребнем к рельсу больше, чем другое, радиус его окружности катания возрастет и оно начнет двигаться быстрее. Это заставит колесную пару вернуться в прежнее положение.

Таким образом, конусность 1:10 обеспечивает возвращение колесной пары в симметричное относительно рельсовых нитей положение. При цилиндрической поверхности катания такого явления не было бы и колесная пара двигалась бы менее плавно. Правда, при наличии конусности движение колесной пары становится извилистым и на больших скоростях это становится помехой, с которой надо бороться. В Японии, например, для вагонов скоростных линий конусность 1:10 заменяется на конусность 1:20. Конусность 1:20 имеют также колеса некоторых вагонов в СССР, к которым предъявляются повышенные требования по плавности хода.

Перейдем теперь к описанию роли конусности 1:3,5. Эта конусность нужна для обеспечения плавного прохода колесной пары через стрелочные переводы. Если бы колеса были цилиндрическими по всей поверхности катания, то даже при небольшом их износе создавался бы желоб (рис. 5, а), причем глубина желоба была бы максимальной как раз в том месте, которое первым приходит в соприкосновение с рельсом после прохождения «разрыва» (участок *LM* на рис. 5, б) стрелочного перевода.

При прохождении стрелочного перевода колесо с желобчатым износом проваливалось бы вниз на глубину износа и садилось бы на крестовину с сильным ударом. При наличии конусности 1:3,5 износ происходит так, что желобчатая форма, как правило, не образуется (рис. 5, в) и стрелочный перевод проходится сравнительно плавно.

Теперь еще одна тонкость, связанная с поворотом поездов. Если на кривом участке пути установить рельсовые нити на одном уровне, то наружный рельс окажется перегруженным. Во-первых, именно в наружный рельс упирается гребнем колесная пара при прохождении пово-

рота. Во-вторых, увеличивается не только горизонтальная, но и вертикальная нагрузка на наружный рельс. Интуитивно последнее утверждение кажется достаточно очевидным: все вы хорошо знаете, что если стоять лицом по движению автобуса или трамвая, то, чтобы удержаться

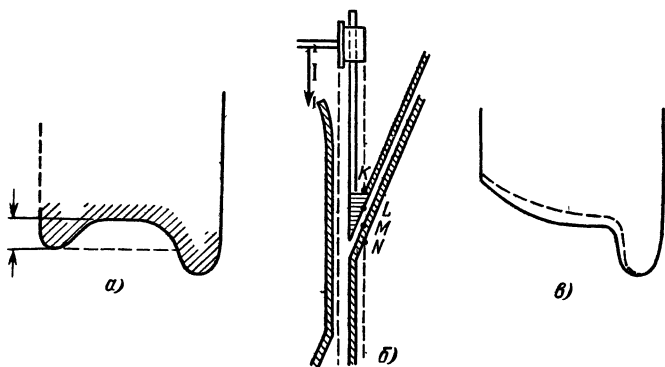


Рис. 5.

на месте при повороте вправо, необходимо сильнее опираться на левую ногу. То же самое происходит при повороте вагона с той только разницей, что у вагона вместо ног колеса. Более строгое доказательство того, что при повороте вертикальная нагрузка на наружный рельс будет больше нагрузки на внутренний, требует привлечения некоторых понятий статики.

Напомним, что моментом силы относительно точки A называется произведение модуля силы на плечо, т. е. на длину перпендикуляра, опущенного из точки A на линию действия силы. Момент силы считается положительным, если сила стремится вызвать вращение тела вокруг точки A против часовой стрелки, и отрицательным — в противном случае. Понятие момента играет важную роль при изучении равновесия тел: для того чтобы под действием системы сил тело находилось в равновесии, необходимо, чтобы сумма этих сил была равна нулю и алгебраическая сумма моментов этих сил относительно любой точки тела тоже была равна нулю.

Рассмотрим вагон, который движется от нас по рельсам, расположенным на одном уровне, и поворачивает вправо (рис. 6). Пусть F_1 и F_2 — вертикальные составляющие сил, с которыми рельсы действуют на вагон, F_c — центростремительная сила, P — вес вагона. По-

скольку вагон не вращается вокруг продольной горизонтальной оси, алгебраическая сумма моментов всех сил относительно любой точки должна быть равна нулю. Приравняв нулю алгебраическую сумму моментов относительно центра масс (обозначения ясны из рис. 6), получим

$$F_1 \frac{l}{2} - F_u h - F_2 \frac{l}{2} = 0.$$

Отсюда $F_1 = F_2 + F_u (2h/l)$, т. е. вертикальная нагрузка на левый рельс действительно больше нагрузки на правый.

Перегрузка наружной рельсовой нити влечет ускорение ее износа и преждевременный выход из строя. С точки зрения безопасности движения это нежелательно, поэтому нагрузку на обе рельсовых нити выравнивают, располагая наружную рельсовую нить выше внутренней. Возникающий при этом наклон вагона приводит к тому, что нагрузка на внутренний рельс увеличивается, а на внешний — уменьшается.

На первый взгляд кажется, что устроить такое возвышение очень просто — подумаешь, положить один рельс выше другого. Однако в действительности при поднятии одного рельса относительно другого приходится решать довольно сложную проблему. В самом деле, если при выходе на круговую кривую рельсы расположены так, как на прямолинейном участке (на одном уровне), то на начальном участке этой кривой наружный рельс будет перегружен. Это плохо. В принципе, можно было бы плавно поднимать соответствующую рельсовую нить еще на прямой — тогда при выходе на круговой участок она уже была бы расположена так, как надо. Однако такое возвышение на прямой оказывается вредным, усиливается износ колес и рельсов. Спрашивается, как быть, если уже на начальном участке круговой кривой наружный рельс должен быть приподнят, а на прямой такого возвышения быть не должно? Не делать же на наружной рельсовой нити «ступеньку»!

Выясняется, что непосредственный переход от прямолинейных участков пути к круговым оказывается невозможным. Приходится сопрягать круговые участки пути с примыкающими прямыми с помощью переходных кривых, на которых плавно увеличивают кривизну и плавно повышают один рельс над другим. Согласно «Инструкции

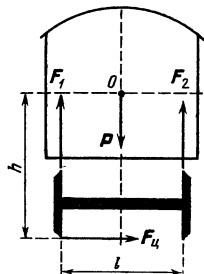


Рис. 6.

по текущему содержанию пути» переходную кривую можно не устраивать только в том случае, если радиус круговой кривой превышает 3000 м.

Видите, сколько проблем возникает при повороте поездов, причем мы коснулись еще далеко не всех. Какой наивной кажется теперь точка зрения: «...и если поворачивают рельсы, то должен повернуть и поезд, поскольку деваться ему некуда».

Поворот поездов является очень сложным явлением и многие связанные с ним проблемы до сих пор требуют изучения. Поэтому в настоящее время ведутся интенсивные исследования по выбору наилучшей формы колес, профиля рельса, изучение износа пути и т. д. Железнодорожное дело является сложной и трудной наукой и важность стоящих перед ней задач связана еще с тем, что наша страна имеет самую длинную в мире сеть железных дорог. И, несмотря на наличие ряда проблем, самую лучшую в мире. В СССР самая высокая в мире грузонапряженность и эффективность работы железных дорог. Среднесуточный пробег вагонов в СССР в 27 раз выше, чем в США при гораздо худшем, чем в СССР, использовании грузоподъемности вагонов. Тот тоннаж, который проходит в среднем по 1 км путей на дорогах США за 6 лет, а на дорогах Западной Европы за 10—15 лет, на наших дорогах перерабатывается за 1 год. Имея протяженность, составляющую 11% протяженности дорог земного шара, советские железные дороги выполняют 53% мирового грузооборота. В СССР самые мощные в мире тепловозы и электровозы. Лучшие в мире метрополитены — советские. За годы советской власти длина сети железных дорог в нашей стране увеличилась в 2 раза, а выполняемая ею работа — более чем в 20 раз.

Главную роль в этих достижениях сыграла передовая советская транспортная наука. Труд творческих, талантливых, инициативных работников железных дорог сделал СССР великой железнодорожной державой. И поскольку разговор зашел о труде советских железнодорожников, приведем один пример, имеющий отношение к форме поверхности катания колес.

Мы уже много говорили о том, какую важную роль играет эта форма и почему необходимо, чтобы она была строго определенной. Однако в процессе эксплуатации колесо изнашивается и геометрия поверхности катания изменяется, причем особенно быстро изнашиваются колесные пары у локомотивов. Необходимо время от

времени восстанавливать нужную форму поверхности катания. Во времена паровозов такой восстановительный ремонт был очень трудоемкой и долгой процедурой. Паровоз поднимали, колесные пары из-под него выкатывали, обтачивали на токарном станке и ставили на место. Этот же способ — подъем, выкатка, обточка, установка на место — сохранился и с появлением электровозов. Некоторое время никому не приходило в голову, что в этом привычном, традиционном способе можно что-то существенно изменить. Так продолжалось до тех пор, пока в конце 30-х годов слесарь депо Белово в Кузбассе Иван Азьмука не предложил простую, но очень красивую идею. Дело в том, что у электровоза каждая ось является ведущей и на каждой — свой электродвигатель. Азьмука и предложил использовать его как двигатель токарного станка. Он сконструировал и изготовил приспособление для обточки, которое можно установить прямо в смотровой яме. Колесная пара приподнимается, запускается мотор — и можно точить. Оригинальное решение, не правда ли? Время простоя электровозов на ремонте, затраты труда и стоимость ремонта сразу же сократились во много раз.

В заключение необходимо отметить, что мы затронули только очень узкий круг вопросов, связанных с теорией движения поездов.

§ 2. КАК ТОРМОЗИТ АВТОМОБИЛЬ?

Несколько слов о трении

Где-то на белом свете,
Там, где всегда мороз,
Трутся спиной медведи
О земную ось...

Песня из кинофильма
«Кавказская пленница»

Характер движения автомобиля определяется прежде всего характером взаимодействия его колес с дорогой. Поэтому трение колес автомобиля о дорогу мы рассмотрим в первую очередь, здесь тоже имеются своеобразные неожиданности. Однако предварительно целесообразно вспомнить основные понятия, относящиеся к явлению сухого трения твердых тел.

При соприкосновении твердых тел между ними начинают действовать силы. В соответствии с третьим законом Ньютона эти силы равны по величине и противоположны

по направлению, на рис. 7 они обозначены R_1 и R_2^*). Составляющие сил R_1 и R_2 , направленные перпендикулярно поверхности соприкосновения и обозначенные на рис. 7 N_1 и N_2 , называются силами нормального давления, а составляющие $F_{тр1}$ и $F_{тр2}$, направленные по касательной к поверхности соприкосновения, называются силами трения.

Пусть тело лежит на шероховатой горизонтальной поверхности. Будем действовать на него горизонтальной

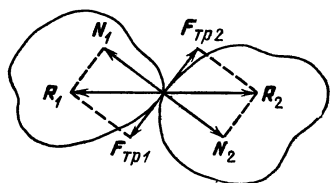


Рис. 7.

силой G , которая постепенно увеличивается. До тех пор, пока эта сила не превзойдет некоторой величины $F_{\text{макс}}$, тело будет находиться в покое, потому что со стороны шероховатой поверхности на него будет действовать так называемая сила трения покоя.

Сила трения покоя всегда направлена противоположно внешней силе G и всегда уравновешивает ее, поскольку абсолютная величина силы трения покоя может принимать любое значение от нуля до $F_{\text{макс}}$. Если значение внешней силы G будет больше $F_{\text{макс}}$, то возникнет скольжение тела по шероховатой поверхности. При этом со стороны поверхности на него будет действовать сила трения скольжения. Как правило, значение этой силы несколько меньше $F_{\text{макс}}$, но различие это невелико, и им можно пренебречь. В дальнейшем мы будем считать, что сила трения скольжения равна максимальной силе трения покоя.

Первым из известных нам исследователей сухого трения был Леонардо да Винчи (1452—1519). Свои опыты он проделал примерно 450 лет назад, но результатов не опубликовал. Они были обнаружены в его трудах уже после того, как законы трения были вновь открыты французскими учеными Гийомом Амонтоном (1663—1705) и Шарлем Кулоном (1736—1806). Вот эти законы:

1. Сила трения $F_{\text{тр}}$ прямо пропорциональна силе нормального давления N :

$$F_{\text{тр}} = kN. \quad (1)$$

*) Плоскость чертежа на рис. 7 совпадает с плоскостью, проходящей через линию действия сил R и нормаль к поверхности соприкосновения тел, поэтому составляющие сил R , перпендикулярные к плоскости чертежа, равны нулю.

Коэффициент пропорциональности k называется коэффициентом трения.

2. Сила трения не зависит от площади контакта между двумя поверхностями*).

3. Коэффициент трения зависит от свойств трущихся поверхностей.

4. Сила трения не зависит от скорости движения тела.

Впоследствии выяснилось, что последний закон выполняется не точно — сила трения оказалась хотя и слабо, но все же зависящей от скорости v взаимного перемещения тел. На рис. 8 сплошной линией показана наблюдаемая на опыте зависимость $F_{тр}$ от v , а штриховая линия соответствует упрощенному представлению о ней**).

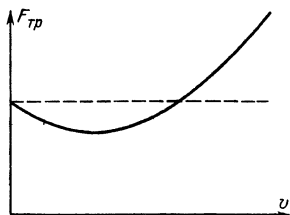


Рис. 8.

Поскольку зависимость силы трения от скорости выражена очень слабо, ею часто пренебрегают. Все это приводит к тому, что для данной пары веществ коэффициент трения можно считать постоянной величиной, не зависящей ни от скорости их относительного движения, ни от силы нормального давления. Так ведут себя практически все твердые тела при не слишком больших скоростях. Тем интереснее случаи, когда утверждение о постоянстве коэффициента трения для данной пары веществ не выполняется. Типичным примером такого случая является трение автомобильного колеса о дорогу.

*) Трение, подчиняющееся 1-му и 2-му законам, часто называют «кулоновским трением», хотя справедливости ради следует заметить, что почти за 40 лет до рождения Кулона (в 1699 г.) Амонтон писал: «Ошибочно предполагать, как это думают обычно, что трение двух соприкасающихся тел возрастает с увеличением площади касания. На опыте трение возрастает только с ростом нагрузки». А еще раньше, за 200 лет до опытов Амонтона и примерно за три века до публикации работ Кулона по трению Леонардо да Винчи утверждал: «...сила трения зависит от материала соприкасающихся поверхностей, а также от степени их обработки и не зависит от площади соприкосновения поверхностей; она прямо пропорциональна весу груза и может быть уменьшена путем введения «роликов» или смазочных веществ между трущимися поверхностями». Следует отметить, что большой вклад в развитие науки о трении внес Леонард Эйлер (1707—1783). По поводу истории открытия законов трения см. кн.: Силин А. А. Трение и его роль в развитии техники.— М.: Наука, 1976.

**) Одними из первых на зависимость $F_{тр}$ от v обратили внимание машинисты паровозов — поезд тормозил «не так, как надо». Подумайте, в чем это выражалось?

Что происходит при трении колес?

Однако это справедливо для твердых тел, но не распространяется на взаимодействие между шиной и дорогой.

В. В. Бекман. «Гоночные автомобили»

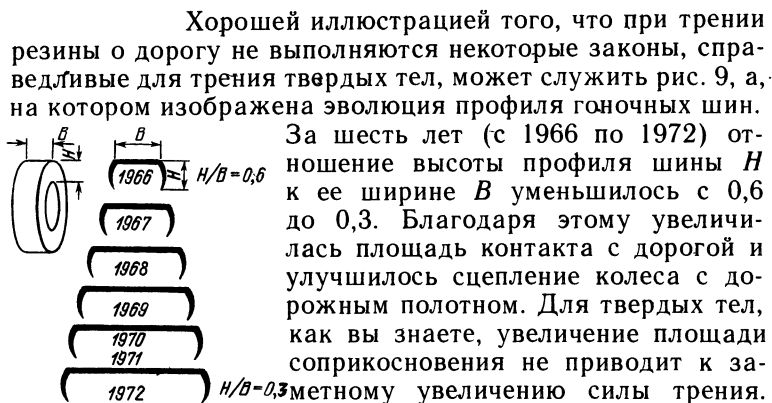


Рис. 9а.

Хорошей иллюстрацией того, что при трении резины о дорогу не выполняются некоторые законы, справедливые для трения твердых тел, может служить рис. 9, а, на котором изображена эволюция профиля гоночных шин. За шесть лет (с 1966 по 1972) отношение высоты профиля шины H к ее ширине B уменьшилось с 0,6 до 0,3. Благодаря этому увеличилась площадь контакта с дорогой и улучшилось сцепление колеса с дорожным полотном. Для твердых тел, как вы знаете, увеличение площади соприкосновения не приводит к заметному увеличению силы трения.

Нетрудно понять, почему для шины дело обстоит по-другому: благодаря своей эластичности шина вдавливаются в углубления поверхности дороги, а в таких условиях увеличение площади контакта увеличивает силу сцепления с дорогой. Ясно, что чем мягче резина покрышки, тем заметнее этот эффект. Для увеличения площади контакта профилю протектора часто придают вогнутую форму. После накачивания профиль выпрямляется и поверхность катания становится цилиндрической, что дает максимальную площадь контакта с дорогой.

Для рассмотрения еще одного эффекта, связанного с трением шины о дорогу, нам необходимо вычислить тормозной путь автомобиля. Сделать это не сложно.

При резком торможении автомобиля его колеса (как правило, все четыре) перестают вращаться и начинают скользить по дороге. Возникающая при этом сила трения тормозит автомобиль и в конце концов он останавливается. Путь, проходимый автомобилем от момента полного срабатывания тормозной системы до полной остановки, называется тормозным путем. Именно эта величина нас и интересует.

Сила трения, действующая на автомобиль, определяется по формуле

$$F_{\text{тр}} = kN,$$

где k — коэффициент трения, а N — сила давления про- скальзывающих колес на дорогу. Если автомобиль тормо- зит всеми четырьмя колесами, то эта сила равна весу автомобиля $P = mg$ и тогда

$$F_{\text{тр}} = kmg.$$

Замедление автомобиля a определяется соотношением

$$a = F_{\text{тр}}/m = kg \quad (2)$$

и путь, проходимый автомобилем, имеющим начальную скорость v_0 , до полной остановки, можно найти по фор- муле

$$S = v_0^2/2a = v_0^2/2kg. \quad (3)$$

Для использования этой формулы необходимо знать числовое значение коэффициента трения k . Этот коэф- фициент зависит от типа дорожного покрытия, поэтому для определенности мы будем рассматривать только случай торможения на сухом асфальте. Коэффициент трения резины об асфальт можно найти с помощью сле- дующего несложного эксперимента. Поместим кусочек резины от автомобильной покрышки на пластинку из асфальта и начнем постепенно увеличивать угол α , обра- зуемый плоскостью пластинки с горизонтом. Зная значе- ние угла, при котором начнется скольжение резины по наклонной плоскости, можно определить коэффициент трения резины об асфальт. Действительно, скольжение начнется тогда, когда скатывающая сила $F_{\text{ск}} = mg \sin \alpha$ станет равна максимальному значению силы трения покоя $F_{\text{тр}} = kN = kmg \cos \alpha$. Из равенства $F_{\text{ск}} = F_{\text{тр}}$ или $mg \sin \alpha = kmg \cos \alpha$ получим связь коэффициента тре- ния k с углом α , при котором начинается скольжение:

$$k = \operatorname{tg} \alpha.$$

Если провести этот эксперимент для резины и ас- фальта, то нетрудно убедиться, что угол α равен примерно 40° (фото на рис. 9, б), а коэффициент трения приблизи- тельно равен 0,8.

Теперь мы можем определить тормозной путь автомо- биля для любой начальной скорости. Пусть скорость



Рис. 96.

автомобиля равна, например, 10 м/с, тогда из формулы (3) получим для тормозного пути значение 6,4 м.

Неожиданности начнутся тогда, когда мы попытаемся сравнить полученный нами результат с тем, что происходит на самом деле. Приведем таблицу, в которой имеются данные по зависимости тормозного пути автомобиля от его скорости (см. табл. 1).

Т а б л и ц а 1

Тип автомобиля	Нагрузка	Наибольший тормозной путь, м ($v = 36$ км/ч)
Легковой	Без нагрузки	7,2
Автомобиль массой до 9 т	Без нагрузки	11,5
Автомобиль массой более 9 т	С полной нагрузкой	11,5
Автобус	Без нагрузки	11,0
	С полной нагрузкой	13,5
		11,0

Очень странно. В некоторых случаях тормозной путь отличается от полученного нами почти в 2 раза. Кроме того, он зависит от массы автомобиля, что с точки зрения проделанных нами вычислений совершенно непонятно: никакой зависимости тормозного пути от массы в формуле (3) нет, масса сократилась в процессе вычислений.

Причины такого несогласования с экспериментом непонятны — ведь для коэффициента трения мы брали значение, полученное в самом эксперименте. Может быть, для других значений скорости теоретическое значение тормозного пути будет лучше согласовываться с экспериментальным? Нет, не будет. Чтобы убедиться в этом, вычислим по формуле (2) замедление автомобиля при коэффициенте трения 0,8: $a = kg = 0,8 \cdot 9,8 = 7,8 \text{ (м/с}^2\text{)}$.

А какое значение имеет замедление автомобиля на самом деле? Приведем еще таблицу, где указаны требования, которым должно удовлетворять замедление автомобиля при торможении (см. табл. 2).

Т а б л и ц а 2

Тип транспортных средств	Наименьшее допустимое замедление, м/с ²	
	до 1975 г.	после 1975 г.
Легковой автомобиль	5,8	7,0
Автобус массой более 5 т	5,0	6,0
Грузовой автомобиль	4,4	5,5
Автопоезд	4,4	5,5

С 1975 г. требования к замедлению автомобиля возросли, однако все равно числа в табл. 2 меньше полученного нами значения 7,84 м/с², поэтому тормозной путь автомобиля будет больше того значения, которое получается из формулы (3) при любом значении скорости. Кроме того, из этой таблицы видно, что тяжелые автомобили тормозятся медленнее легких.

Мы снова сталкиваемся с невыполнением законов, справедливых для трения твердых тел. Во-первых, сила трения скольжения оказывается значительно (иногда почти в 2 раза) меньше силы трения покоя. Обычно эти величины почти равны между собой. Во-вторых, коэффициент трения сильно зависит от веса автомобиля, а для твердых тел коэффициент трения обычно имеет постоянное значение в очень широких пределах изменения нагрузки.

В чем причина таких отклонений от привычных закономерностей? Читатель сам легко догадается об этом,

если вспомнит, что при скольжении по асфальту шина оставляет за собой черный след. При трении шина разрушается и именно разрушение приводит к качественным изменениям характера трения.

Существует несколько видов разрушения шины: абразивный износ, усталостный износ, однако наибольшее влияние на характер взаимодействия шины с дорогой в момент торможения оказывает износ посредством «скатывания».

Если рассмотреть при большом увеличении след на асфальте, оставленный шиной при торможении, то можно увидеть частицы резины, которые были содраны с покрышки при торможении. Потрите ластиком по какой-нибудь шероховатой поверхности, посмотрите на оставленный им след, — и вы получите достаточно точное представление о том, как выглядят частицы резины, оставленные покрышкой на асфальте. Они имеют форму палочек с круглым сечением, толщина которых возрастает от концов к середине. Нетрудно догадаться, как сказывается наличие таких палочек на процессе торможения — они намного уменьшают коэффициент трения. Колесо начинает катиться по таким вращающимся круглым палочкам и вследствие этого сила трения резко уменьшается. Слово «катиться» в предыдущем предложении, возможно, выбрано не совсем удачно — колесо само не вращается, но более подходящее подобрать трудно.

Особенно сильно предрасположенность к износу посредством скатывания проявляется у мягких резин. При скольжении резины в одном направлении на ее поверхности наблюдается рисунок истирания, который называется рисунком Шелламаха и представляет собой систему чередующихся гребней и впадин, перпендикулярных направлению проскальзывания.

Таким образом, разрушение покрышки качественно изменяет характер трения, что приводит к отклонениям от законов трения, справедливых для большинства твердых тел. Если резина не разрушается, то коэффициент трения равен 0,8, но как только от покрышки начнут отрываться кусочки резины, он падает до 0,6 и даже ниже. Становится понятным, почему тяжелые автомобили имеют большой тормозной путь, чем легкие: при большей силе давления процесс разрушения идет интенсивнее, следовательно, между колесом и асфальтом образуется больше круглых частиц резины и все эффекты, связанные с их присутствием, усиливаются.

Теперь понятно, почему водителям рекомендуют «не тормозить юзом», т. е. не блокировать полностью вращение колес. Для уменьшения тормозного пути на асфальте тормозить надо так, чтобы колеса находились на грани проскальзывания, но не скользили — при этом сила трения будет максимальной. Как только начнется скольжение колеса, сила трения сразу резко уменьшится. Подчеркнем еще раз, что это относится к торможению на асфальте. В других случаях, например, когда автомобиль движется по рыхлому снегу или гравию, для сокращения тормозного пути выгоднее тормозить именно юзом, так как скользящее колесо образует перед собой вал снега или гравия, интенсивно тормозящий движение. На гладкой поверхности льда также выгоднее тормозить юзом, но механизм роста коэффициента трения при блокировке колес здесь более сложный.

Вы видите, что при трении колес о дорогу наблюдаются многочисленные отклонения от законов трения твердых тел, и это очень осложняет жизнь конструкторам автомобильных покрышек. Например, для увеличения коэффициента сцепления целесообразно выбирать для шины резину помягче, но при этом усилится износ посредством скатывания. Или более сложный пример. Вы уже знаете об одной из причин, приводящих к тому, что шины стараются делать широкими: при увеличении площади контакта улучшается сцепление шины с дорогой. Однако это не единственная причина. Во-первых, широкие шины изнашиваются медленнее узких. Во-вторых, увеличение шины приводит к созданию более благоприятных для шины тепловых условий. Дело в том, что при высоких температурах шина плавится и коэффициент трения резко падает. Поэтому выделяющееся при трении тепло стремится распределиться по максимально возможной площади, не допуская плавления резины. Казалось бы, чем шире шина — тем лучше. Действительно, исходя из изложенных выше соображений, шины гоночных автомобилей иногда делают широкими и гладкими (поверхность «слик» — без рисунка), но для установки на серийные легковые автомобили такие шины совершенно непригодны. На мокрой дороге гладкие шины начинают играть для автомобиля роль своеобразных «водных лыж». Машина начинает скользить по тонкой пленке воды, не касаясь дороги, и автомобиль полностью лишается управляемости. Это явление называется аквапланированием. Тенденция к аквапланированию возрастает с ростом ширины шины,

и понятно, что, выигрывая в коэффициенте сцепления на сухой дороге, широкие гладкие шины проигрывают в безопасности движения на мокрой. Для предотвращения аквапланирования необходимо удалять воду из зоны контакта шины с дорогой — приходится жертвовать гладкостью поверхности и придавать протектору рельефность, чтобы по канавкам протектора вода могла уходить из зоны контакта.

Таким образом, выбор того или иного параметра, характеризующего шину, является результатом взвешивания многочисленных «за» и «против», и, выигрывая в одном, конструктор неизбежно теряет в чем-то другом.

Перейдем теперь к рассмотрению некоторых режимов движения автомобиля.

Ускорение на прямой

Обезумевший Козлевич перескочил на третью скорость, машина рванулась, и в открывшуюся дверцу выпал Балаганов.

И. А. Ильф, Е. П. Петров.
«Золотой теленок»

Если вы наблюдали за соревнованиями мотогонок, то наверняка замечали, что в момент старта переднее колесо мотоцикла часто отрывается от земли и он разгоняется, опираясь только на заднее колесо (рис. 10). Для автомобиля подобный старт может привести к опрокидыванию назад и поэтому совершенно неприемлем. Давайте посмотрим, какие меры следует принять, чтобы обеспечить продольную устойчивость автомобиля при разгоне. Но прежде чем приступить к решению этой задачи, необходимо сделать небольшое отступление.

Мы хотим выяснить условия, при которых автомобиль не опрокидывается назад, т. е. находится в равновесии в горизонтальном положении под действием внешних сил. Из школьного курса статики вы знаете, что тело находится в равновесии в том случае, когда сумма всех действующих на него сил равна нулю и алгебраическая сумма моментов этих сил равна нулю. Однако применение этих правил к нашей задаче не всегда возможно, так как автомобиль не находится в покое, а движется ускоренно относительно инерциальной системы отсчета, связанной с Землей. Для того чтобы получить возможность применить условия равновесия, перейдем в систему отсчета,

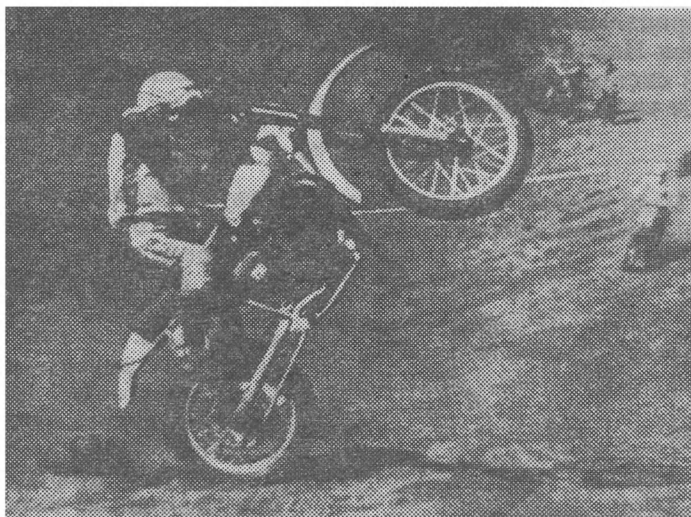


Рис. 10.

связанную с автомобилем: в этой системе автомобиль покоится, и сформулированные выше правила статики применять можно. Однако система отсчета, связанная с разгоняющимся автомобилем, является неинерциальной, что приводит к некоторым отличиям в применении условий равновесия от хорошо известного вам случая инерциальных систем. Эти отличия связаны с появлением в неинерциальных системах отсчета так называемых сил инерции.

Это совершенно своеобразная разновидность сил заслуживает того, чтобы поговорить о ней особо.

Что такое силы инерции?

Стоило Коню остановиться..., как Рыцарь тут же летел вперед, а когда Конь снова трогался с места..., Рыцарь тотчас падал назад.

Л. Кэрролл. «Алиса в Зазеркалье»

Согласно первому закону Ньютона существуют системы отсчета, в которых тела, на которые не действуют силы, движутся равномерно и прямолинейно. Такие системы отсчета называются инерциальными. В

инерциальных системах отсчета выполняется и второй закон Ньютона: ускорение тела относительно инерциальной системы отсчета, его масса и приложенная к центру масс сила связаны соотношением

$$F = ma^*).$$

Если тело A , на которое не действуют силы, покоится относительно инерциальной системы K , то относительно

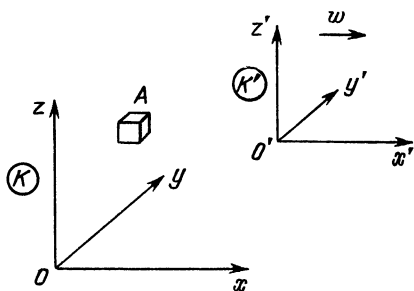


Рис. 11.

неинерциальной системы K' , которая движется с ускорением w относительно системы K , оно будет двигаться с ускорением $-w$ (рис 11). Вы видите, что в неинерциальной системе отсчета K' второй закон Ньютона не выполняется: внешняя сила, действующая на тело A , равна нулю, а ускоре-

ние его отлично от нуля. А теперь обратите внимание: если к внешней силе F прибавить так называемую силу инерции $F_{\text{и}} = -mw$, то второй закон Ньютона будет выполняться и в неинерциальной системе:

$$F + F_{\text{и}} = ma.$$

Введение сил инерции позволяет облегчить решение многих типов задач, поскольку при их наличии можно использовать при рассмотрении любых вопросов все разработанные для инерциальных систем методы.

Раздел механики, в котором рассматриваются способы решения динамических задач с помощью методов статики, называется кинетостатикой. В основе кинетостатики лежит уже фактически сформулированный нами принцип, который называется принципом Даламбера: *уравнения движения тела можно составлять в виде уравнений статики, если к фактически действующим на него силам и реакциям связей присоединить силы инерции.*

*) Сила F считается приложенной к центру масс потому, что в противном случае движение тела будет вращательным и ускорения различных его точек будут разными. Это приведет к ненужным для нас усложнениям в описании движения тела.

Особенно широкое применение методы кинестатики находят в теории машин и механизмов. Типичным примером такого случая является наша задача об автомобиле. Ее можно решать и в инерциальной системе отсчета, связанной с Землей, но тогда она уже не будет задачей статики (автомобиль движется ускоренно!). Необходимо как-то обобщить простые правила равновесия, известные из статики, на случай ускоренного движения, а такое обобщение сделать сложнее, чем перейти в связанную с автомобилем систему отсчета и ввести силы инерции.

Для наших дальнейших целей сказанного о силах инерции вполне достаточно. Однако при первом знакомстве с этими силами возникает целый ряд вопросов, которые нельзя обойти вниманием. Важнейший из них — это вопрос об истинности или фиктивности сил инерции. С одной стороны, силы инерции являются в некотором смысле «фиктивными»: они не есть результат взаимодействия тел (для того чтобы отличить их от сил инерции, силы взаимодействия между телами иногда называют активными силами), у сил инерции нет противодействующих и вообще об этих силах говорят только тогда, когда мы используем неинерциальные системы отсчета. В принципе, можно всегда рассматривать движение тел, используя только инерциальные системы отсчета, и тогда можно обойтись совсем без сил инерции. Но раз переходом в другую систему отсчета избавиться от сил инерции можно, то в каком смысле можно вообще говорить об их существовании? По этому же поводу в работе «О начале Даламбера и силах инерции» *) профессор Е. Л. Николаи (1880—1950) писал следующее: «Вряд ли можно назвать другую теорему механики, которая вызывала бы столько разного рода недоразумений, как начало Даламбера. Реальны или фиктивны те силы инерции, о которых говорится в этом начале? Если их нужно считать фиктивными, то каким же образом могут эти силы инерции быть причиной таких совершенно реальных явлений, как разрыв маховика или сход с рельсов и крушение поезда и т. д.? Вот вопросы, которые вызывают нескончаемые споры,— и не только среди начинающих изучать механику». Итак, проблема: с одной стороны, с помощью перехода к инерциальной системе от сил инерции можно избавиться, и

*) Термин «начало» Е. Л. Николаи использует в значении «принцип», «закон».

поэтому возникает ощущение, что они фиктивны, а с другой стороны, они вызывают вполне реальные события. При первом знакомстве все это трудно укладывается в голове и возникает ощущение, что здесь есть какое-то противоречие. В действительности никакого противоречия нет, а если вас интересуют подробности, то попытайтесь разобраться в статье А. Н. Крылова «О силах инерции и принципе Даламбера», она есть в собрании его сочинений. Статья хоть и трудна, но пониманию старшеклассника доступна *).

Вернемся к ускоряющемуся автомобилю

Итак, если автомобиль движется с ускорением w относительно инерциальной системы, то при переходе к инерциальной системе, связанной с автомобилем, к центру масс автомобиля необходимо приложить силу инерции $F_{\text{и}} = -mw$ и тогда можно применять условия равновесия, известные из статики.

В неинерциальной системе отсчета, связанной с автомобилем, автомобиль покоится под действием сил, изображенных на рис. 12.

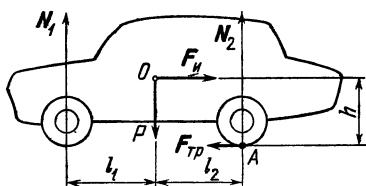


Рис. 12.

Силы N_1 и N_2 — это силы, действующие со стороны дороги на переднюю и заднюю оси в вертикальном направлении, P — вес автомобиля, $F_{\text{и}}$ — сила инерции, равная произведению массы автомобиля

на ускорение относительно инерциальной системы отсчета, $F_{\text{тр}}$ — сила трения, действующая со стороны дороги на ведущие задние колеса, — именно эта сила ускоряет автомобиль относительно инерциальной системы отсчета, связанной с дорогой.

Поскольку в нашей системе отсчета автомобиль покоится, мы можем записать хорошо известные из статики условия равновесия автомобиля: сумма всех сил равна нулю и сумма моментов всех сил относительно любой точки (мы выберем точку A соприкосновения задних колес с дорогой) равна нулю.

*) Кроме того; из научно-популярной литературы последних лет можно рекомендовать: Гулиа Н. В. Инерция. — М.: Наука, 1982; Асламазов Л. Г. — Квант, 1983, № 10, с. 9.

Равенство нулю системы сил означает, что сумма проекций всех сил (с учетом знака!) на оси координат равна нулю, т. е.

$$N_1 + N_2 - mg = 0, \quad (4)$$

$$F_{\text{и}} - F_{\text{тр}} = 0. \quad (5)$$

Равенство нулю суммы моментов относительно точки *A* дает (обозначения ясны из рисунка)

$$Pl_2 - N_1(l_1 + l_2) - F_{\text{и}}h = 0. \quad (6)$$

Рассмотрим случай, когда автомобиль находится на грани опрокидывания назад, т. е. когда передние колеса не давят на дорогу и $N_1 = 0$. В этом случае из (4) следует, что $N_2 = mg$, т. е. весь вес автомобиля приходится на задние колеса. Поскольку сила трения связана с силой давления N_2 соотношением $F_{\text{тр}} = kN_2$, где k — коэффициент трения, то $F_{\text{тр}} = kmg$ и из (5) получим, что сила инерции $F_{\text{и}} = kmg$. Подставляя значение силы инерции в условие для моментов (6), мы получим соотношение $Pl_2 - kmg h = 0$, т. е. $mg l_2 = kmg h$, откуда $k = l_2/h$.

Это и есть результат, к которому мы так долго стремились. Мы получили условие, описывающее возможность отрыва передних колес автомобиля от дороги: если $k = l_2/h$ (т. е. $l_2 = kh$), то автомобиль находится на грани отрыва, если $k < l_2/h$ ($l_2 > kh$), то колеса не могут оторваться от дороги, а если $k > l_2/h$ ($l_2 < kh$), то автомобиль при разгоне может опрокинуться назад. Теперь ясно — чтобы воспрепятствовать такому опрокидыванию, надо увеличивать базу автомобиля (расстояние между осями) и уменьшать высоту центра масс так, чтобы выполнялось соотношение $l_2 > kh$. Именно так сконструированы все легковые автомобили, для них отношение l_2/h в несколько раз превышает коэффициент трения k .

С гоночными автомобилями дело обстоит по-другому. В некоторых видах гонок старт является самым ответственным этапом, часто определяющим исход всего состязания. Типичным примером гонок такого рода являются соревнования на приемистость, т. е. такие соревнования, когда машина должна, стартуя с места, как можно быстрее пройти сравнительно короткий отрезок шоссе — 1 милю, 1 км или даже 400 м. Автомобили для таких гонок называются дрегстерами, и соревнование дрегстеров — это фактически только старт, поскольку даже на финише дрегстер движется с ускорением, не

успевая «выложиться до конца». За счет мощного двигателя (до 2000 л. с.) стартующий с места дрегстер преодолевает дистанцию 400 м за 5,6—6,0 с, достигая на финишной линии скорости 400 км/ч. И вы понимаете, как важно, чтобы старт дрегстера был как можно более быстрым. Для увеличения коэффициента трения ведущие колеса дрегстеров часто смазывают специальными липкими составами — колесо «приклеивается» к дороге и коэффициент трения становится больше 2. При таком большом k выполнение соотношения $l_2 > kh$ требует увеличения базы до 5—6 м, что приводит к чрезмерному возрастанию массы автомобиля. Чтобы избежать утяжеления дрегстера, конструкторы не стремятся удовлетворять условию устойчивости с большим избытком и борются с опрокидыванием автомобиля другими средствами, например, устанавливая позади задних колес специальные ролики, почти касающиеся дороги. Если передние колеса автомобиля отрываются от земли и нос автомобиля поднимается, ролики позади заднего колеса опускаются, упираются в дорогу и разгружают ведущие задние колеса. Тяга автомобиля падает, он возвращается в горизонтальное положение.

Сопротивление воздуха

Подъезжая к сией станции и глядя на природу в окно, у меня слетела шляпа.

А. П. Чехов. «Жалобная книга»

До сих пор при изучении автомобиля мы не рассматривали сопротивления воздуха, теперь мы это упущение исправим.

Сила сопротивления воздуха распределена по поверхности автомобиля *), однако ее можно заменить эквивалентной силой, приложенной в одной точке. Эта точка называется центром парусности или метacentром, и для большинства автомобилей она почти совпадает с центром масс. Нетрудно видеть, что если автомобиль движется равномерно с большой скоростью, то сила сопротивления воздуха играет такую же роль, как и сила инерции при ускорении: приводит к перераспределению нагрузки между передними и задними колесами. Нагрузка на передние колеса уменьшается, и автомобиль начинает хуже слушаться руля. Для легковых автомобилей этот

*) О силе трения, действующей на тело, движущееся в газе, см. статью: Каганов М. И., Любарский Г. Я. О трении.— Квант, 1970, № 12.

эффект не играет заметной роли, но для быстроходных гоночных автомобилей ухудшение управляемости становится очень заметным. Чтобы избежать этого, корпусу гоночного автомобиля придают весьма своеобразную форму, причудливо изгибая кузов. Отогнутые вверх переднюю нижнюю и заднюю верхнюю кромки кузовов называют спойлерами. Роль спойлеров состоит в том, что они отклоняют вверх поток воздуха и создают силу, прижимающую автомобиль к дороге. Для этой же цели автомобили иногда снабжают крыльями, преимущество которых перед спойлерами состоит в том, что, изменяя угол атаки крыла, прижимающую силу можно регулировать. Заметим, что уже при скорости 320 км/ч прижимающая сила может стать равной весу автомобиля.

И крылья и спойлеры имеют один очевидный недостаток: они эффективны только на больших скоростях, а на малых скоростях создаваемая ими сила слишком мала, чтобы оказать существенное влияние на движение автомобиля. Чтобы избавиться от зависимости прижимающей силы от скорости автомобиля, применяют системы отсоса воздуха из-под кузова, но разговор о подобных экзотических машинах увел бы нас далеко в сторону.

Торможение на прямой

Адам Казимирович нажал педали, «Анти-лопа» заскрежетала и остановилась.

И. А. Ильф, Е. П. Петров. «Золотой теленок»

Рассматривая ускорение автомобиля, мы выяснили, что при разгоне нагрузка на задние колеса возрастает, а на передние уменьшается. Нетрудно сообщить, что при торможении автомобиля будет наблюдаться противоположный эффект: передние колеса будут прижиматься к дороге, а нагрузка на задние будет уменьшаться. В некоторых случаях (торможение при спуске с горы на большой скорости) задние колеса могут вообще оторваться от земли, и если при этом передние колеса будут продолжать торможение, то автомобиль может перевернуться, опрокинувшись вперед. Сравнительно редко, но такие случаи все же наблюдаются.

Поскольку за счет перераспределения нагрузки передние колеса прижимаются к дороге сильнее, чем задние, то и тормозиться они должны сильнее. Это позволит получить максимальную тормозящую силу. Поэтому передние

тормоза у легковых автомобилей, как правило, мощнее задних,— это достигается выбором типа тормозного механизма. Например, у «Москвича-2140» и ГАЗ-24, у которых в неподвижном состоянии вес распределяется по осям примерно поровну, передние тормозные механизмы имеют активными обе тормозные колодки, а задние — только по одной.

Интересно отметить, что на заре автомобилизма конструкторы долгое время устанавливали тормоза только на задние колеса, не задумываясь над тем, что торможение передними колесами более эффективно. Поэтому появление в 1914 г. на гонках Grand Prix de l'ACF («Большой приз автомобильного клуба Франции») нескольких автомобилей с тормозами на всех четырех колесах произвело сенсацию. На участках со многими поворотами такие автомобили неизменно показывали более высокую среднюю скорость и имели заметное преимущество перед другими машинами, поскольку сбрасывали скорость перед самым поворотом, а не задолго до него. Именно с тех пор торможение всеми четырьмя колесами прочно вошло в практику автомобилестроения.

Занос

Занос является настолько распространенным и характерным явлением, что оставить его без внимания просто невозможно. Поскольку это явление подробно описано во многих книгах, мы остановимся на нем очень кратко.

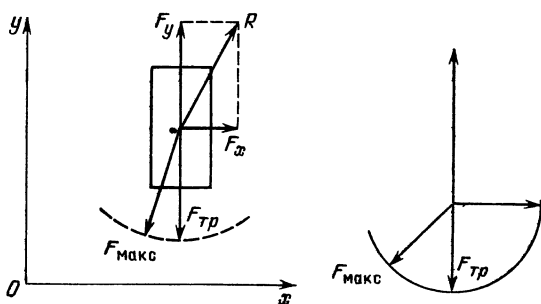


Рис. 13.

Рассмотрим тело, лежащее на горизонтальной шероховатой плоскости Oxy (на рис. 13 показан вид сверху). Пусть

в направлении Oy (это направление мы будем называть продольным) на тело действует внешняя сила F_y , которая немного меньше максимальной силы трения покоя $F_{\text{макс}}$. Тело будет находиться в покое, поскольку сила трения $F_{\text{тр}}$ будет равна внешней силе и направлена в противоположную сторону, об этом свойстве силы трения покоя мы уже говорили. Подействуем теперь на тело силой F_x в поперечном направлении (направлении Ox). Даже если сила F_x меньше максимальной силы трения покоя, равнодействующая R сил F_x и F_y может оказаться больше силы $F_{\text{макс}}$, поскольку $R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$. Но если $R > F_{\text{макс}}$, то сила трения уже не в состоянии предотвратить скольжение тела по плоскости. Очевидно, что направление проскальзывания будет совпадать с направлением силы R , т. е. будет происходить как продольное, так и поперечное смещение тела. Заметим, что чем меньше F_y отличается от $F_{\text{макс}}$, тем меньшая сила F_x способна вызвать проскальзывание тела. Если же тело уже скользит по плоскости под действием силы F_y , то для того, чтобы вызвать его поперечное смещение, к нему достаточно приложить сколь угодно малую силу F_x .

Если теперь заменить плоскость Oxy дорогой, а рассмотренное тело — автомобилем, то все наши рассуждения сохранятся: малая поперечная сила способна вызвать боковое смещение проскальзывающих колес. Такое боковое смещение и называется заносом.

Случаи, когда необходимые для заноса условия выполняются одновременно и для передних, и для задних колес, наблюдаются редко, чаще происходит занос либо передних колес, либо задних. При этом автомобиль поворачивается относительно вертикальной оси и такой разворот часто приводит к потере управляемости автомобилем, что является причиной большого количества дорожно-транспортных происшествий.

При движении по прямой занос чаще всего наблюдается при резком трогании с места и при торможении, боковые силы при этом возникают из-за поперечного наклона дороги или из-за неравномерного распределения тормозной силы между правыми и левыми колесами. На повороте занос возникает гораздо чаще, чем при движении по прямой, поскольку боковые силы в этом случае достигают большей величины. Появление боковых сил на повороте легче всего понять, если воспользоваться уже известным приемом перехода в неинерциальную систему отсчета, свя-

занную с автомобилем. Если автомобиль движется по окружности с постоянной скоростью, то ускорение его постоянно по величине и направлено к центру окружности. Связанная с автомобилем система отсчета является неинерциальной и в ней действует сила инерции, направленная противоположно ускорению относительно инерциальной системы отсчета, т. е. сила инерции направлена от центра окружности. Эта сила называется центробежной силой инерции, она направлена поперек направления движения автомобиля и именно она вызывает занос автомобиля на повороте.

На этом, пожалуй, следует остановиться, поскольку нельзя объять необъятного, а теория движения автомобиля является очень обширной наукой — даже для краткого ознакомления с содержанием всех ее разделов потребуется очень много времени. В теорию автомобиля и связанные с нею вопросы большой вклад внесли такие известные ученые, как Г. Герц, Н. Е. Жуковский, С. А. Чаплыгин, М. В. Келдыш, Е. А. Чудаков, что свидетельствует о том, что с точки зрения физики автомобиль является исключительно интересным объектом.

§ 3. ПОЧЕМУ НЕ ПАДАЕТ ВЕЛОСИПЕД?

О разнице между двух- и трехколесными велосипедами

**Купите себе велосипед. Не пожалеете,
если останетесь живы.**

М. Твен. «Укрощение велосипеда»

Хорошо известно, что для того чтобы кататься на трехколесном велосипеде, учиться ничему не надо. Даже самые маленькие дети с первого раза начинают лихо крутить педали и выписывать самые замысловатые повороты. А вот с двухколесным велосипедом все обстоит сложнее — сесть за руль и сразу поехать не удастся практически никому. За умение ездить на двухколесном велосипеде многим из нас приходилось расплачиваться синяками и шишками, а учиться управлять мотоциклом, не освоив велосипеда, можно посоветовать только злейшему врагу, поскольку одними легкими ушибами дело здесь наверняка не ограничится.

Легко понять причину того, что освоение трех колес дается намного легче, чем освоение двух: трехколесный велосипед имеет большую способность сохранять верти-

кальное положение, чем двухколесный. Для краткости эту способность сохранять вертикальное положение и не падать будем в дальнейшем называть устойчивостью.

Устойчивость трехколесного велосипеда никакого удивления не вызывает. Из школьного курса статики известно, что если вертикаль, проведенная через центр масс, пересекает площадку, служащую опорой тела, то тело не опрокинется (рис. 14). Это правило нетрудно вывести из энергетических соображений. Если проведенная через центр масс вертикаль проходит через опору, то при наклоне тела в любую сторону его центр масс будет подниматься, т. е. на начальном этапе опрокидывания какие-то внешние силы должны совершать работу. Если опрокидывающие силы отсутствуют, то понятно, что само по себе тело не опрокинется.

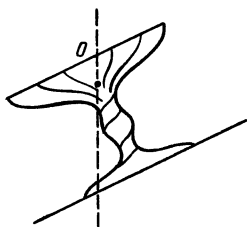


Рис. 14.

Площадь опоры трехколесного велосипеда так велика, что вертикаль, проходящая через центр масс системы «человек + велосипед», всегда находится в пределах этой площади. Это обеспечивает настолько большой запас устойчивости, что обучение езде на трехколесном велосипеде не представляет никакой проблемы. А площадь опоры двухколесного велосипеда очень мала, поэтому фактор, играющий главную роль в устойчивости трехколесного велосипеда, в устойчивость двухколесного практически никакого вклада не дает. Спрашивается, почему же двухколесный велосипед устойчив, почему он не падает?

Стоит отметить, что новичок, который после долгих мук и бесчисленных падений все же обрел способность держаться на двух колесах, как правило, не в состоянии объяснить, чему же он в конце концов научился. То есть сказать-то: «Я научился ездить на велосипеде!» — он скажет, но что это означает? Что надо делать для того, чтобы не упасть? Практика показывает, что даже опытные велосипедисты часто не могут объяснить, с помощью каких именно действий им удастся сохранять вертикальное положение.

Вопрос о том, какие факторы обеспечивают устойчивость велосипеда и как человек во время езды этими факторами управляет, довольно интересен. К поискам ответа на него мы сейчас и приступим.

Факторы устойчивости

Он вчетвером держали изящную машину, покуда я взбирался на седло, потом строились колонной и маршировали по обеим сторонам, а инструктор подталкивал меня сзади.

М. Твен. «Укрощение велосипеда»

Даже поверхностное наблюдение за поведением двухколесного велосипеда позволяет понять, что устойчивость его обеспечивается не одним фактором, а несколькими. Действительно, если велосипед поставить вертикально и отпустить, то он упадет через 2—3 с, но если его толкнуть вперед, то падение произойдет через 10—15 с. Это означает, что даже при отсутствии управляющих действий человека движущийся велосипед обладает большей устойчивостью, чем неподвижный. Очевидно, что фактор, обеспечивающий эту дополнительную устойчивость, отличается от тех факторов, которые проявляются при наличии человека. Кроме того, человек тоже может управлять велосипедом по-разному. Обычно управление производится с помощью поворота руля, однако существует и хорошо известный способ езды «без рук», когда велосипедист до руля руками не дотрагивается. Наличие нескольких способов управления также свидетельствует о неединственности фактора, обеспечивающего устойчивость. Что же это за факторы?

Проще всего разобраться со случаем, когда велосипедист управляет велосипедом с помощью поворота руля.

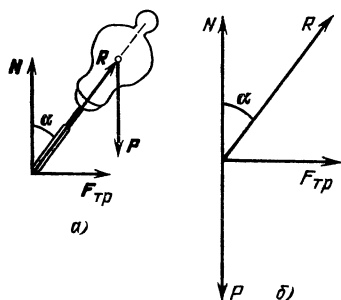


Рис. 15.

Пусть велосипедист, не падая и не выпрямляясь, едет по кругу и плоскости, проходящая через точки касания колес с землей и центр масс системы «человек и велосипед», образует угол α с вертикалью (рис. 15, а). Здесь на велосипед действуют следующие силы: R — реакция земли, представляющая собой сумму силы трения $F_{тр}$ и силы нормального давления N , а также вес тела $P = mg$. Вес и

реакция опоры приложены в разных точках, однако, поскольку в твердом теле силы можно переносить вдоль линии их действия, R и P всегда можно привести к одной точке

(рис. 15, б). В вертикальном направлении велосипед не перемещается, поэтому силы N и mg компенсируют друг друга и из соотношений $N = R \cos \alpha$ и $F_{\text{тр}} = R \sin \alpha$ можно получить, что

$$R \cos \alpha = mg,$$

откуда $R = mg / \cos \alpha$ и $F_{\text{тр}} = mg \operatorname{tg} \alpha$.

Таким образом, равнодействующая сил R и P равна силе $F_{\text{тр}}$ (но приложена в другой точке!) и играет роль центростремительной силы. Если скорость велосипедиста равна v , эта сила вызывает движение центра масс по окружности радиуса

$$R = mv^2 / F_{\text{тр}} = mv^2 / mg \operatorname{tg} \alpha = v^2 / g \operatorname{tg} \alpha.$$

Теперь будьте внимательны — начинается самое главное. Мы выяснили, что радиус R_1 окружности, по которой движется центр масс велосипедиста, определяется углом наклона α велосипедиста к горизонту. Но радиус R_2 окружности, по которой движутся точки касания колес велосипеда с землей, определяется углом поворота руля, поэтому R_2 и R_1 , вообще говоря, могут быть разными. Другими словами, колеса велосипеда и голова велосипедиста могут двигаться по окружностям разных радиусов. Нетрудно понять, к чему это приведет. Если радиус R_1 окружности, по которой движется центр масс, совпадает с радиусом R_2 окружности, по которой движутся точки касания колес с землей, то угол наклона велосипедиста к горизонту не будет ни увеличиваться, ни уменьшаться. Если $R_1 > R_2$, то наклон будет уменьшаться, а если $R_1 < R_2$, то увеличиваться. Подставив в эти соотношения $R_1 = v^2 / g \operatorname{tg} \alpha$, нетрудно найти, при каких углах наклона будет происходить возвращение велосипеда в вертикальное положение, а при каких нет. Если точки касания колес велосипеда с землей движутся по окружности фиксированного радиуса R_2 , а скорость велосипеда равна v , то при углах α , таких, что

$$\operatorname{tg} \alpha < v^2 / g R_2, \quad (1)$$

велосипед будет выпрямляться, а при $\operatorname{tg} \alpha > v^2 / g R_2$ наклон его будет увеличиваться.

Теперь посмотрим на полученные нами соотношения с несколько иной точки зрения. Допустим, что велосипедист отклонился от вертикали на угол α . Если он повернет руль в сторону наклона так, чтобы точки касания колес с землей стали двигаться по окружности, радиус которой

R_2 меньше $R_1 = v^2/g \operatorname{tg} \alpha$, то велосипед выпрямится. Радиус R_2 окружности, по которой движутся точки касания колес с землей, приближенно связан с расстоянием l между осями колес (оно называется базой велосипеда) и углом поворота руля β соотношением (рис. 16)

$$l = 2R_2 \sin \frac{\beta}{2}.$$

Эта формула является приближенной, поскольку не учитывает влияния наклона велосипеда на радиус поворота, т. е. зависимость R_2 от α . Однако при малых углах этой

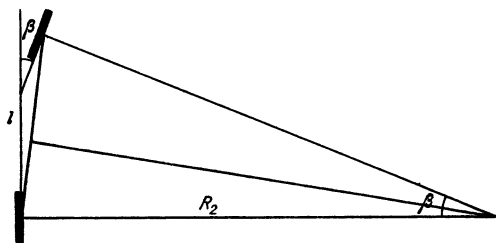


Рис. 16.

формулой пользоваться можно. Подставляя эту формулу в (1), получим, что для того, чтобы вернуться в вертикальное положение, велосипедист, имеющий скорость v и отклонившийся от вертикали на угол α , должен повернуть руль в сторону наклона на угол β , превышающий угол β_0 , такой, что

$$\sin \frac{\beta_0}{2} = \frac{gl \operatorname{tg} \alpha}{2v^2}. \quad (2)$$

Вот мы и выяснили, в чем заключается управляющая роль велосипедиста. Искусство езды на велосипеде состоит всего-навсего в умении поворачивать руль в сторону наклона на нужную величину. Из формулы (2) следует также, что чем больше скорость велосипеда, тем на меньший угол надо поворачивать его руль для восстановления вертикального положения, т. е. на большой скорости велосипедом управлять легче, чем на малой. Навык поворота руля при обучении вырабатывается у человека подсознательно, поэтому некоторые велосипедисты и не подозревают, что даже во время езды по прямой они все время поворачивают руль то вправо, то влево. Стоит однако присмотреться к следу, оставленному колесами на мягком грунте, как вы увидите, что сравнительно прямой

след заднего колеса все время пересекается с извилистым следом переднего. Это является убедительным доказательством того, что переднее колесо в процессе движения постоянно поворачивает то в одну, то в другую сторону.

Можно провести аналогию между сохранением вертикального положения при езде на велосипеде и удержанием бильярдного кия, половой щетки или чего-нибудь аналогичного на раскрытой ладони (рис. 17). В самом деле, как вы удерживаете кий? Вы ставите его на ладонь вертикально, отпускаете, и как только он немного наклонился, вы быстро перемещаете ладонь в сторону наклона. Точка опоры кия смещается, и он начинает падать в другую сторону. Вы снова передвигаете руку, и процесс этот может длиться сколь угодно долго. В сущности то же самое делает и велосипедист. Наклонившись в сторону, он поворачивает руль, и велосипед начинает двигаться так, что снова «въезжает» под велосипедиста.

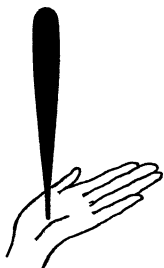


Рис. 17.

С управлением велосипедом при помощи поворота руля руками мы разобрались. Перейдем теперь к рассмотрению случая, когда велосипедист до руля не дотрагивается. Общая идея сохранения вертикального положения остается неизменной и здесь: для того чтобы наклонившийся велосипед выпрямился, необходимо, чтобы его руль повернулся в сторону наклона на такой угол, при котором выполнялось бы соотношение (1). И руль действительно поворачивается в нужную сторону, только поворот этот происходит не в результате усилий человека, а по другой причине.

Если поставить серийный велосипед вертикально на оба колеса, а затем наклонить его, держа за раму, то предоставленный сам себе руль повернется в сторону наклона — как раз туда, куда должен был бы повернуть его велосипедист, желающий вернуться в вертикальное положение. Причина того, что руль обычного велосипеда сам поворачивается в нужную сторону, кроется в конструкции передней вилки. Точнее, от устройства передней вилки зависит взаимное расположение точки *A* соприкосновения переднего колеса с землей и точки *B* пересечения оси руля с поверхностью земли (рис. 18). Именно взаимное расположение этих точек определяет, куда повернется руль при наклоне велосипеда. В зависимости от расположения

точек A и B нам удобно будет разделить все велосипеды на два типа: AB и BA . Давайте условимся относить к типу AB такие велосипеды, у которых точка A соприкосновения переднего колеса с землей лежит впереди точки B пересечения

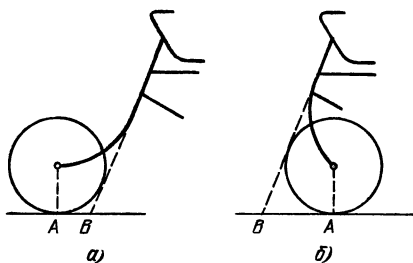


Рис. 18.

чения оси руля с поверхностью земли (рис. 18, a). Если же точка A лежит позади точки B , то велосипед будем относить к типу BA (рис. 18, $б$).

Нетрудно сообразить, что при наклоне велосипеда типа AB руль его будет поворачиваться не в сторону наклона, а в противоположную сторону. Мы не будем тратить времени на доказательство этого утверждения, поскольку оно достаточно очевидно интуитивно — грубо говоря, при наклоне такой велосипед будет «складываться пополам, как книга». Руль велосипеда типа BA , напротив, будет поворачиваться в сторону поворота, поэтому при езде «без рук» велосипеды типов AB и BA будут вести себя совершенно по-разному.

Наклон велосипеда типа BA вызывает поворот руля в сторону наклона, причем угол поворота руля может оказаться достаточным для того, чтобы выполнялось соотношение (1). А при выполнении этого соотношения велосипед будет стремиться повернуться в вертикальное положение точно так же, как если бы его руль повернули руками. Таким образом, даже при отсутствии управляющих действий человека велосипед типа BA стремится вернуться в вертикальное положение, если какие-либо причины из этого положения его вывели. Обратите внимание на то, что угол поворота руля, достаточный для возвращения велосипеда в вертикальное положение на большой скорости, может оказаться недостаточным, если скорость велосипеда уменьшится. На малой скорости «без рук» кататься гораздо труднее, чем на большой.

На велосипеде типа AB ездить «без рук» вообще невозможно. Предоставленный самому себе, его руль будет поворачиваться не в сторону наклона, а в противоположную. Это означает, что сколь угодно малое отклонение такого велосипеда от вертикального положения будет не уменьшаться, а наоборот увеличиваться, что неизбежно

приведет к падению велосипеда. Да и при помощи рук управлять велосипедом типа *AB* трудно — на повороте приходится преодолевать стремление руля повернуться «не в ту сторону», в то время как при управлении велосипедом типа *BA* надо только немного помочь стремлению руля повернуться в нужном направлении. Именно поэтому все выпускаемые промышленностью велосипеды принадлежат к типу *BA*.

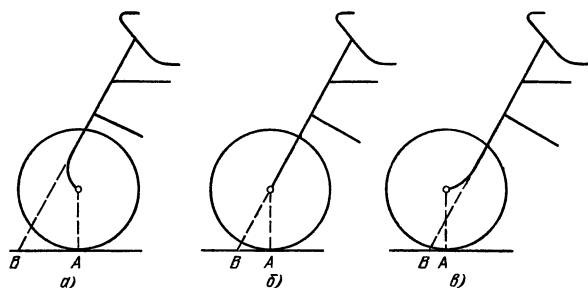


Рис. 19.

Итак, мы выяснили, почему велосипедист не падает даже тогда, когда он едет, не касаясь руля руками, — устойчивость вертикального положения обеспечивается в этом случае принадлежностью велосипеда к типу *BA*. Теперь все стало ясно, однако еще на одной тонкости следует остановиться. Дело в том, что передняя вилка велосипеда типа *BA* может иметь множество различных форм, которым соответствуют различные расстояния между точками *A* и *B* (рис. 19). Какую форму имеет вилка реальных велосипедов? Наблюдательный читатель сразу покажет на рис. 19, в: у настоящих — такая. Да, ответ правильный. У настоящих велосипедов вилка переднего колеса загнута вперед, что приводит к уменьшению расстояния между точками *A* и *B* по сравнению со случаями, изображенными на рис. 19, а, б. Для чего это делается?

Оказывается, при большом расстоянии между точками *A* и *B* руль велосипеда будет поворачиваться в сторону наклона «слишком охотно» (более точно это означает, что момент силы, поворачивающей руль, возрастает с увеличением расстояния *AB*). При езде «без рук» по прямой велосипед с такой вилкой, как на рис. 19, а, будет вести себя прекрасно: руль будет бдительно пресекать все попытки велосипеда отклониться от вертикали. Но когда прямолинейный участок дороги кончится и седоку понадо-

бится повернуть, он столкнется с проблемой: на кривой необходимо наклониться в сторону поворота, а велосипед делать этого упорно не желает. Другими словами, такой велосипед энергично сопротивляется всем без исключения попыткам наклонить его, в том числе и тем, которые сознательно предпринимает велосипедист. А если взяться за руль такого велосипеда руками, то на повороте надо будет не помогать рулю повернуться в нужную сторону, а, наоборот, удерживать его от поворота на слишком большой угол. Таким «сверхустойчивым» велосипедом, проявляющим явную тенденцию двигаться только в вертикальном положении, управлять на поворотах трудно, поэтому переднюю вилку реальных велосипедов изгибают вперед для уменьшения расстояния AB и подавления «сверхустойчивости».

С движением велосипеда при наличии седока мы разобрались. Перейдем теперь к рассмотрению случая, когда велосипед движется без седока, — помните, в самом начале мы уже говорили о том, что движущийся велосипед обладает большей устойчивостью, чем неподвижный. В причинах этой дополнительной устойчивости тоже хотелось бы разобраться.

Необходимо отметить, что анализировать движение велосипеда без седока гораздо труднее, чем при наличии такового. Главный из обеспечивающих устойчивость факторов (управляющее действие человека) отсутствует, следующий по важности (поворот руля в сторону наклона) из-за малой массы велосипеда очень ослабляется. При отсутствии этих доминирующих факторов на движение велосипеда начинают оказывать влияние даже очень слабые силы, многие из которых возникают благодаря довольно тонким эффектам. Рассмотрение всех этих тонкостей заняло бы слишком много времени и потребовало бы использование сложной математики, поэтому полного анализа движения велосипеда без велосипедиста мы проводить не будем, а остановимся только на том факторе, который в этом случае играет главную роль. Вы уже догадались, что речь пойдет о гироскопическом эффекте.

Что такое гироскоп?

Гироскопом называется быстро вращающееся твердое тело, ось вращения которого может изменять свое направление в пространстве. Типичным примером гироскопа является хорошо знакомая всем «юла» —

детский волчок. И уже в самом раннем детстве происходит знакомство с загадочным свойством волчка: если его поставить на гладкую поверхность не закручивая, он упадет самым обычным образом, но если его закрутить, он будет кружиться, не падая, несколько минут. Разобраться в причинах такого поведения несложно, надо только чуть-чуть подробнее, чем это делается в школьном курсе, остановиться на законах, управляющих вращательным движением.

Все вы знаете, что движение по окружности называется равномерным, если центральный угол φ , описывающий положение точки на окружности, за любые равные промежутки времени изменяется на одинаковую величину (рис. 20, а). При этом угловой скоростью ω вращательного движения называется отношение изменения угла $\Delta\varphi$ к промежутку времени Δt , за который это изменение произошло. При вращении

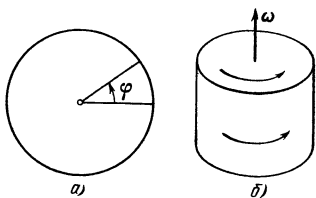


Рис. 20.

твердого тела вокруг неподвижной оси (рис. 20, б) угловые скорости всех его точек одинаковы, поэтому движение сразу всех точек твердого тела можно описать с помощью одной величины — вектора угловой скорости. Длина этого вектора равна угловой скорости вращения любой из точек тела (кроме лежащих на оси вращения), а направлен он по оси вращения в ту сторону, откуда вращение кажется происходящим против часовой стрелки (иногда говорят, что вектор угловой скорости направлен по правилу правого винта или буравчика).

Физический смысл понятий, характеризующих вращательное движение, можно легко выяснить из аналогии, существующей между поступательным движением по прямой и вращательным движением вокруг неподвижной оси. Эта аналогия состоит в том, что формулы для поступательного и вращательного движений переходят друг в друга, если произвести в них замену по правилам, приведенным в табл. 3.

Так, формула $F = ma$ имеет своим аналогом формулу $M = I\varepsilon$ для вращательного движения; формуле $p = mv$ соответствует $L = I\omega$ и т. д. И физический смысл соответствующих величин тоже оказывается сходным: момент инерции является мерой инертности тела при вращательном движении, момент силы ускоряет или замедляет враще-

Таблица 3

Поступательное движение	Вращательное движение
Перемещение S	Угол φ
Скорость v : $v = \Delta S / \Delta t$	Угловая скорость ω : $\omega = \Delta \varphi / \Delta t$
Ускорение a : $a = \Delta v / \Delta t$	Угловое ускорение ε : $\varepsilon = \Delta \omega / \Delta t$
Масса m	Момент инерции I
Сила F : $F = ma = m \Delta v / \Delta t$	Момент силы M : $M = I \varepsilon = I \Delta \omega / \Delta t$
Импульс p : $p = mv$	Момент импульса L : $L = I \omega$
Кинетическая энергия T_n : $T_n = mv^2/2, \quad T_n = p^2/2m$	Кинетическая энергия T_v : $T_v = I \omega^2/2, \quad T_v = L^2/2I$

ние твердого тела аналогично тому, как сила вызывает ускорение или замедление тела на прямой. Следует помнить, что вращательное движение все же имеет и принципиальные отличия от поступательного: например, масса тела постоянна при ускорении тела по всем направлениям, а момент инерции тела при вращении его вокруг разных осей может иметь разные значения.

Согласно табл. 3 формуле $F = m \Delta v / \Delta t$ для поступательного движения соответствует формула $M = I \Delta \omega / \Delta t$ для вращательного. Вот эта формула и позволит нам объяснить загадочное поведение волчка. Из аналогии с поступательным движением следует, что вектор момента силы так же связан с изменением вектора угловой скорости, как вектор силы связан с изменением вектора скорости. Если вектор силы параллелен вектору скорости, то у вектора скорости изменится длина, но не изменится направление. Точно так же, если вектор момента силы параллелен вектору угловой скорости, то произойдет только изменение вектора угловой скорости по величине. Другой случай мы имеем тогда, когда вектор силы перпендикулярен вектору скорости — например, при равномерном движении по окружности вектор центростремительной силы и вектор скорости взаимно перпендикулярны. В этом случае длина вектора скорости не меняется, но вектор изменяется по направлению. Аналогично и при вращательном движении: если вектор момента силы перпендикулярен вектору угло-

вой скорости, то вектор угловой скорости будет изменяться не по величине, а только по направлению. А теперь посмотрим на рис. 21. Момент сил F_1 и F_2 направлен вдоль оси Ox (по правилу буравчика), вектор ω угловой скорости тела имеет направление вдоль оси Oy . Что будет происходить с вектором ω дальше? Мы только что выяснили, что он будет поворачиваться туда, куда показывает вектор M , т. е. ось вращения тела будет поворачиваться в направлении от оси Oy к оси Ox . Поэтому в результате действия момента сил F_1 и F_2 гироскоп займет совсем не такое положение, какое заняло бы невращающееся тело в результате действия того же самого момента сил. Действитель-

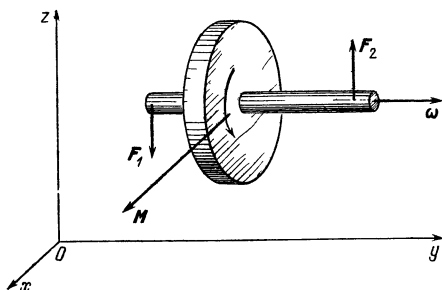


Рис. 21.

но, гироскоп повернется вокруг оси Oz , а невращающееся тело повернулось бы вокруг оси Ox . Правило, описывающее подобное поведение гироскопа, называется правилом Грюэ — Жуковского и в упрощенной формулировке звучит так: «Гироскоп стремится совместить ось своего вращения с направлением момента приложенных к нему сил». В этом и кроется разгадка поведения детского волчка. Посмотрите на рис. 22. Момент M действующих сил веса P и реакции R опоры показан на рисунке. Как будет двигаться волчок? Он вовсе не будет «падать» — ось его вращения будет поворачиваться в том направлении, куда показывает вектор M , т. е. будет совершать медленное вращение вокруг вертикали, описывая конус. Такое движение

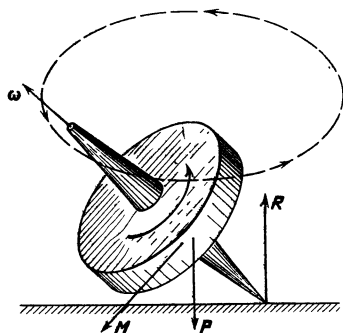


Рис. 22.

гироскопа называется прецессией. И это свойство гироскопа «вращаться не туда, куда его вращают внешние силы» (в смысле, не туда, куда повернулось бы невращающееся тело), используется в технике так широко, что разговор об этом потребовал бы целой книги. Приведем только несколько примеров.

Гироскоп можно использовать для стабилизации вагона, который опирается на рельс только двумя колесами, — впервые такая однорельсовая железная дорога была построена для англо-японской выставки в Лондоне в 1912 г., а в 1966 г. во Франции появился участок монорельсовой дороги, по которому поезда движутся со скоростью более 130 км/ч. После того как вы поняли общий принцип, попытайтесь самостоятельно понять, почему не падает такой вагон.

На основе гироскопического эффекта работает огромное количество самых разнообразных навигационных приборов, — ведь если на гироскоп не действуют моменты внешних сил, его ось сохраняет в пространстве неизменное направление. Из рис. 23 видно, как с помощью гироскопа можно обнаружить вращение Земли. Кстати, Земля сама является гироскопом, и если бы у нее не было спутника — Луны, то ось вращения Земли сохраняла бы свое направление в пространстве неизменным. Наличие

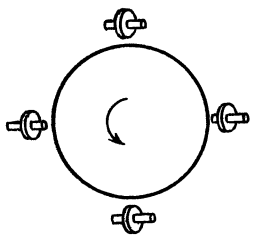


Рис. 23.

Луны приводит к тому, что ось вращения Земли прецессирует, а это приводит к изменению угла между осью вращения и плоскостью земной орбиты *).

Прецессионное движение гироскопа оказывает влияние и на устойчивость велосипеда. Если вы приподнимете велосипед над землей и наклоните его в сторону, то руль не опирающегося на землю переднего колеса практически не повернется. Но если этот эксперимент повторить с предварительно раскрученным передним колесом, то руль быстро повернется в нужном направлении почти на 90°. Причина такого поворота теперь ясна: ось вращения совместится с направлением момента внешней силы. Роль гироскопического момента в устойчивости велосипеда невелика — заметно он проявляется только при движении

*) О вращении Земли см. в кн.: Михайлов А. А. Земля и ее вращение. — М.: Наука, 1984. — Библиотечка «Квант», вып. 35.

велосипеда без велосипедиста. Момент инерции переднего колеса мал, поэтому гироскопические силы невелики, во всяком случае они значительно меньше сил, прикладываемых велосипедистом. Для мотоцикла ситуация обстоит иначе: во-первых, момент инерции I мотоциклетного колеса больше, чем велосипедного, а во-вторых, скорости мотоцикла больше, угловая скорость вращения колеса больше и момент количества движения колес тоже больше. Это приводит к некоторым различиям в технике управления мотоциклом и велосипедом на повороте. Обратите внимание, что на велосипеде вы сначала поворачиваете руль не в сторону поворота, а в обратную, это дает вам возможность наклониться в сторону поворота. А затем вы поворачиваете руль уже туда, куда надо, и продолжаете движение по кривому участку пути в наклонном положении. На мотоцикле при движении с большой скоростью повернуть руль трудно, поэтому мотоциклист на повороте вначале наклоняется в сторону поворота — это дает возможность гироскопическому моменту повернуть руль в нужную сторону.

Следующим по важности фактором устойчивости является стремление момента силы трения переднего колеса о землю повернуть руль в сторону наклона. При наклоне переднего колеса соприкосновение с землей происходит уже несимметрично относительно плоскости симметрии колеса и эта несимметричность приводит к тому, что на правую и левую половины колеса действуют разные силы. Возникает момент, стремящийся повернуть колесо. Однако вклад этого эффекта в устойчивость велосипеда очень мал, и поэтому ни этого эффекта, ни роли гироскопического момента заднего колеса, ни остальных эффектов мы рассматривать не будем.

В заключение заметим, что строгая теория движения велосипеда очень сложна. Велосипед принадлежит к классу так называемых неголономных механических систем, а поведение таких систем описывать всегда трудно. Поэтому доступных пониманию школьника публикаций по теории велосипеда, насколько известно автору, практически нет. Исключение составляет лишь статья Д. Джоунса «Почему устойчив велосипед?» (Квант, 1970, № 12), автор которой рассказывает о своих попытках построить «абсолютно неустойчивый велосипед», — такой, который способен выбросить из седла самого опытного велосипедиста. Однако, как вы видите, несмотря на сложность строгой теории, очень многое можно понять и на качественном уровне.

§ 4. КАК ОБРАЗОВАЛИСЬ ХОЛМЫ?

Присмотримся к пейзажу за окном

— Ну, нет! — сказала вдруг Алиса...
— Холм никак не может быть равниной.
Это уж совсем чепуха!

Л. Керролл. «Алиса в Зазеркалье»

Продолжая начатую в предыдущих разделах транспортную тематику, поговорим теперь о дорогах. Задумывались ли вы, например, о том, почему в средней полосе России, Прибалтике, Белоруссии они сравнительно редко бывают ровными? Гораздо чаще они идут то вверх, то вниз по невысоким пологим холмам. Откуда взялись эти холмы?

Ответ известен читателям из школьного курса географии: холмы оставил ледник. При движении толстого слоя льда по поверхности Земли на ней образуется что-то вроде «больших царапин» (этот процесс называется выпахиванием ложа), которые остаются после того, как лед растает. Поэтому холмы ледникового происхождения, которые называются моренами, часто располагаются параллельными рядами, похожими на морские волны.

Теперь возникает следующий вопрос — а откуда взялись сами ледники? На этот счет никаких сведений в школьном учебнике географии не содержится. Единственное, что оттуда можно извлечь по данному вопросу, — это информацию о том, что ледниковых периодов было несколько, т. е. их появление, по-видимому, закономерно. Но почему периоды потеплений чередовались с периодами похолоданий? Что определяло момент начала нового оледенения?

Прежде чем приступить к рассмотрению возможных причин таких глобальных изменений климата, давайте повнимательнее присмотримся к самим оледенениям.

Когда случались ледниковые периоды?

Даты последних оледенений можно установить разными способами. Один из самых простых и точных заключается в следующем.

Во время максимальных стадий оледенения в ледниковых щитах аккумулировалось огромное количество воды (по некоторым оценкам до 35 млн. км³). Как следствие этого, понижался уровень воды в океане. А многие острова

тропической зоны частично или полностью построены кораллами, которые являются прекрасными индикаторами колебаний уровня океана. Дело в том, что жизнедеятельность кораллов возможна только в воде. Если уровень воды в океане падает, то в той части кораллового рифа, которая оказывается над водой, полипы погибают, а в подводной части их жизнь идет своим чередом. В результате на поверхности кораллового рифа или острова образуется граница, которая четко показывает, где находится уровень океана. Эта граница не исчезает даже после того, как уровень воды в океане вернется на прежнее место. Таким образом, задача установления времени оледенения сводится к определению возраста кораллов. А это делается довольно просто с помощью изотопных методов *).

Кроме устойчивого изотопа ^{12}C углерод имеет неустойчивый изотоп ^{14}C , период полураспада которого равен 5730 годам. Изотоп ^{14}C непрерывно образуется в верхних слоях атмосферы под действием нейтронов вторичного космического излучения **) из стабильного изотопа ^{14}N по реакции $^{14}\text{N} + n \rightarrow ^{14}\text{C} + p$. Поскольку поток нейтронов определяется космическими причинами, он, по-видимому, сохраняется неизменным на протяжении многих миллионов лет. Конечно, миллион лет назад никто этого потока не измерял и утверждать наверняка, что он имел то же самое значение, что и сейчас, нельзя. Тем не менее огромное количество косвенных данных, а также подтвержденные экспериментально представления об эволюции Вселенной свидетельствуют о том, что это так. Постоянство потока нейтронов приводит к постоянству на протяжении тех же миллионов лет концентрации радиоактивного углерода

*) Идея изотопной хронометрии принадлежит П. Кюри и Э. Резерфорду. Рассматриваемый ниже метод датировки предметов органического происхождения (углеродный метод) разработан в 1946 г. американским физико-химиком У. Ф. Либби. За создание этого метода в 1960 г. Либби была присуждена Нобелевская премия по химии.

**) К первичному космическому излучению принято относить заряженные и нейтральные частицы, входящие в верхние слои атмосферы Земли. Около 93 % общего количества частиц первичного космического излучения составляют протоны, 6,3 % — α -частицы. Вступая во взаимодействие с ядрами атомов атмосферы, первичное космическое излучение порождает другие элементарные частицы, в том числе и нейтроны, которые относят ко вторичному космическому излучению. Поэтому при углублении в атмосферу Земли состав и интенсивность космического излучения изменяются. Подробные сведения о составе первичного и вторичного космических излучений содержится, например, в кн.: Таблицы физических величин: Справочник/Под ред. И. К. Киоккина: — М.: Атомиздат, 1976, с. 966.

^{14}C в атмосфере. За счет углеродного обмена с окружающей средой эта концентрация поддерживается постоянной и у живых организмов — содержание ^{14}C в живых организмах соответствует 15 β -распадам в минуту на 1 г углерода. После прекращения жизни поступление ^{14}C в организм прекращается, а имеющийся радиоактивный изотоп углерода продолжает распадаться, поэтому с течением времени содержание радиоактивного углерода в останках организма снижается. Измеряя с помощью счетчика β -частиц концентрацию ^{14}C , например, в костях какого-либо животного и зная период полураспада, можно установить время гибели животного. Метод позволяет с большой точностью *) определять «возрасты» образцов от нескольких веков до десятков тысяч лет. Большие промежутки времени можно определять с помощью других изотопов (свинцовый, аргоновый и стронциевый методы).

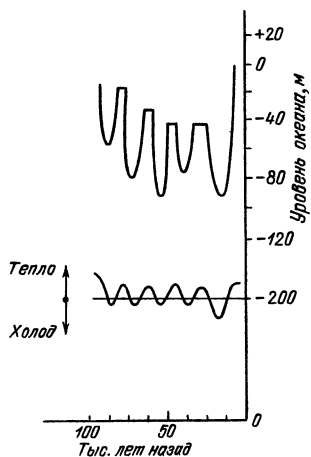


Рис. 24.

После гибели самого коралла остается созданный им известковый панцирь (наружный скелет). Известняк (CaCO_3) содержит углерод, а это как раз то, что необходимо для углеродного анализа. Таким образом, возраст кораллов можно установить с большой точностью, что позволяет проследить за колебаниями уровня океана и определить даты оледенений. За последние 100 тыс. лет происходило пять таких оледенений (рис. 24), причем примерно с одинаковыми интервалами. В более ранние периоды также

происходили большие оледенения, но для их датировки углеродный анализ уже непригоден и приходится пользоваться другими методами, что снижает достоверность результатов.

Таким образом, чередование потеплений и похолоданий с периодом около 20 тыс. лет оказывается не случайностью,

*) Точность датировки составляет величину порядка нескольких десятков лет. Эта точность определяется «возрастом» образца, количеством анализируемого вещества, уровнем постороннего фона в лаборатории и т. д.

а закономерностью. Что же служит причиной такой периодичности?

Здесь мы ступаем на зыбкую почву догадок и предположений, поскольку, когда речь идет о процессах, масштаб времени которых соизмерим со временем существования человечества, трудно быть уверенным, что учтены все факторы. Однако бояться гипотез не следует — по крайней мере в том, что Земля вращалась вокруг Солнца еще до возникновения человека, можно быть абсолютно уверенным. Кроме того, люди изучают и более продолжительные процессы. В настоящее время ведутся работы по регистрации распада протона, время жизни которого оценивается примерно в 10^{32} лет (заметим, что время жизни Вселенной «всего лишь» 10^{10} лет). Но вернемся к ледникам.

Трудно предположить, что столь глобальные изменения климата могут вызываться какими-либо внутренними причинами типа: изменение состава атмосферы привело к увеличению отражательной способности Земли и в результате количество получаемой от Солнца энергии уменьшилось. Эффект слишком велик, чтобы его можно было объяснить такой причиной. Гораздо более вероятными представляются следующие два предположения: либо в периоды похолоданий уменьшалась активность Солнца, либо изменялась орбита Земли. Данные об изменениях активности Солнца с периодом в десятки тысяч лет в настоящее время отсутствуют, и поэтому первое предположение в качестве объяснения принимать нельзя, оно ничем не обосновано. А вот со вторым предположением ситуация совсем иная. Его удается обосновать настолько убедительно, что оно стало одним из наиболее общепринятых объяснений происхождения ледниковых периодов.

Как Земля движется вокруг Солнца?

«Добрая Земля, не могла бы ты кружиться?» И Земля закружилась перед Солнцем, как кружится девочка, показывая обновку маме.

А. Митяев. «Муравей и космонавт»

Движение планет вокруг Солнца описывается тремя законами Кеплера, открытыми в XVII веке.

Первый закон. Каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.

Второй закон. Каждая планета движется в плоскости, проходящей через центр Солнца, причем площади, описы-

ваемые радиус-вектором планеты за одинаковые промежутки времени, одинаковы.

Третий закон. Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца пропорциональны кубам больших полуосей их орбит.

Формулировка законов Кеплера явилась крупным успехом физики — эти законы, например, сыграли огромную роль в открытии Ньютоном закона всемирного тяготения. Долгое время эти законы считались точными, но с течением времени обнаружилось, что в движении планет имеются некоторые отклонения от их предсказаний. Нас будут сейчас интересовать те поправки к движению планет, которые возникают благодаря их взаимодействию друг с другом (существуют и иные, менее важные для данной задачи, поправки, обусловленные релятивистскими эффектами, но их мы рассматривать не будем).

Эти поправки не малы. Известно, например, что на основании исследований возмущений Урана английский математик Адамс и французский астроном Леверье в 1846 г. независимо друг от друга вычислили положение планеты Нептун, после чего она была обнаружена в указанном месте в том же 1846 г. немецким астрономом Галле. Аналогичная история произошла и при открытии Плутона.

Земля тоже подвержена влиянию других планет, поэтому к тому движению, которое определяется законами Кеплера, добавляются некоторые возмущения. По-видимому, именно с этими возмущениями и связано возникновение ледниковых периодов.

Как планеты Солнечной системы изменяют орбиту Земли?

Если бы Земля была единственной планетой, вращающейся вокруг Солнца, то в соответствии с первым законом Кеплера она двигалась бы по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце (рис. 25). Как будет меняться с течением времени форма траектории из-за наличия других планет? Для ответа на этот вопрос необходимо выяснить, какие параметры характеризуют форму эллипса.

Напомним, что эллипсом называется плоская кривая, у которой сумма расстояний от любой точки M до двух фиксированных точек F_1 и F_2 есть постоянная величина. Точки F_1 и F_2 называются фокусами эллипса. Уравнение

эллипса имеет вид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

где a и b — соответственно большая и малая полуоси эллипса (рис. 26). Оси Ox и Oy являются осями симметрии

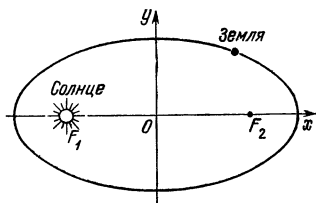


Рис. 25.

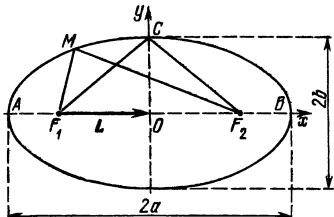


Рис. 26.

эллипса, и поскольку $AF_1 = BF_2$, то $AF_1 + AF_2 = 2a$. Это означает, что и для любой точки M эллипса $MF_1 + MF_2 = 2a$, в том числе и для точки C , расположенной на оси Oy . Поскольку $CF_1 + CF_2 = 2a$ и в то же время $CF_1 = CF_2$, мы получим, что $CF_1 = CF_2 = a$. Из прямоугольных треугольников OCF_1 и OCF_2 можно найти расстояние c от фокусов эллипса до его центра O :

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}.$$

Отношение $e = c/a$ называется эксцентриситетом эллипса и характеризует вытянутость формы эллипса. Эксцентриситет окружности равен нулю, а при эксцентриситете $e = 1$ эллипс вырождается в отрезок F_1F_2 .

Для однозначного восстановления формы эллипса достаточно знать любые две из величин a , b , c , e . В частности, зная местонахождение одного из фокусов (в астрономии — это Солнце), большую полуось эллипса a и величину c , эллипс можно восстановить с точностью до ориентации. Для того чтобы избавиться и от этого произвола, для однозначного описания траектории планеты, кроме большой полуоси, задают так называемый вектор Лапласа — вектор, соединяющий фокус эллипса (т. е. Солнце) с центром эллипса. Этот вектор характеризует как эксцентриситет эллипса, так и направление большой полуоси.

Какие же изменения кеплерова эллипса Земли происходят из-за влияния других планет? Оказывается, что

существует большая разница между изменениями большой полуоси и вектора Лапласа. Большая полуось ~~кеплерова~~ эллипса в первом приближении остается постоянной и лишь слегка колеблется вокруг среднего значения с характерным временем порядка нескольких лет (*теорема Лапласа*). Вектор Лапласа ведет себя иначе: наряду с быстрыми периодическими или, точнее, почти периодически колебаниями он совершает так называемое вековое движение. Вековое движение — это медленное изменение вектора Лапласа с характерным временем порядка десятков тысяч лет. Истинное движение вектора Лапласа получается из векового наложением быстрых малых колебаний с характерным временем порядка нескольких лет. Если рассматривать интервалы времени порядка десятков тысяч лет, то влияние быстрых колебаний на происходящие на Земле события окажется малым по сравнению с влиянием векового движения.

Для того чтобы наглядно представить себе, что же представляет собой вековое движение вектора Лапласа, воспользуемся следующим приемом. Отложим из центра Солнца столько векторов, сколько имеется планет, причем располагать их будем в плоскости орбиты Земли. Пусть каждый вектор имеет постоянную длину и вращается с постоянной угловой скоростью в плоскости земной орбиты. Лагранж показал, что можно так подобрать длины этих векторов и их угловые скорости, что их сумма будет равна вектору Лапласа. Движение, которое будет при этом совершать вектор Лапласа, и будет вековым движением.

Заметим теперь, что изменение вектора Лапласа приводит к изменению эксцентриситета земной орбиты. А при увеличении эксцентриситета орбиты планета начинает проводить (по закону площадей) вблизи Солнца меньше времени, а вдали от него находится дольше, чем при малом эксцентриситете.

Планета «зависает» в удаленных от Солнца областях, и количество получаемой ею за год солнечной энергии уменьшается. Это приводит к тому, что при увеличении эксцентриситета орбиты климат становится более суровым. Величина эффекта такова, что количество солнечной энергии, получаемое на широте Ленинграда, может достигать значений, которые сейчас соответствуют широтам Киева (при уменьшении эксцентриситета) и широтам Таймыра (при его увеличении).

Теперь самое главное. Период вековых колебаний вектора Лапласа можно вычислить из астрономических дан-

ных и оказывается, что характерное время очень хорошо согласуется с периодом наступления ледников. И моменты времени, в которых длина вектора Лапласа увеличивалась, хорошо совпадают с оледенениями последних ста тысяч лет. Напрашивается естественный вывод о том, что именно вековое движение вектора Лапласа и является причиной чередования ледниковых периодов с периодами потепления.

Эта гипотеза о причинах возникновения ледниковых периодов является сейчас наиболее общепринятой. Вопрос о том, насколько ей можно доверять, зависит от точки зрения человека. Одни верят в нее безоговорочно, другие в своих оценках более осторожны, хотя признают, что она более убедительна, чем гипотеза о переменной активности Солнца. Эта гипотеза была выдвинута в начале нашего века югославским астрономом М. Миланковичем и носит его имя *).

Дело остается за малым — экспериментальной проверкой. Согласно этой гипотезе следующее похолодание должно наблюдаться примерно через десять тысяч лет. Надо подождать и посмотреть, наступит оно или нет, а если наступит, то изучить причины прямыми исследованиями. Вот и все!

Итак, мы проследили следующую связь: планеты Солнечной системы возмущают орбиту Земли, возникает вековое движение вектора Лапласа и соответствующее изменение эксцентриситета орбиты. Это приводит к изменениям климата с периодом в десятки тысяч лет и к возникновению ледниковых периодов. Ледники при своем движении выпахивают ложе, накапливают отложения и образуют морены. Вот таким неожиданным оказался ответ на «наивный» вопрос, почему дорога идет то вверх, то вниз.

Недавно в серии «Библиотечка «Квант» вышла книга А. В. Бялко «Наша планета — Земля» (М.: Наука, 1983). Эту книгу мы рекомендуем прочитать всем, кого интересуют вопросы, связанные с климатом Земли, погодой и влиянием космических факторов на происходящие на Земле события.

*) После того как рукопись этой книги была сдана в редакцию, в журнале «В мире науки» (1984, № 4) вышла статья К. Кови «Орбита Земли и ледниковые периоды». Она вполне доступна пониманию школьника и содержит рассмотрение некоторых аспектов теории Миланковича, которые в этой книге не рассматриваются.

§ 5. КАК ДЕЙСТВУЕТ НА СМЕСЬ ВИБРАЦИЯ?

Крупная или мелкая?

Алиса не знала ответа ни на первый, ни на второй вопрос, и поэтому ей было все равно, как их ни задать.

*Л. Кэрролл. «Приключения Алисы
в Стране Чудес»*

Вашему вниманию предлагается следующая задача: если в течение некоторого времени встряхивать ведро с картошкой, то какая окажется сверху — крупная или мелкая?

Не спешите испытывать интуицию и пытаться отгадать ответ, сделать это невозможно. Если вы ответите «крупная», то ошибетесь точно так же, как если скажете «мелкая». Автор провел много часов за встряхиванием ведра и убедился, что возможен как один исход, так и другой. Результат эксперимента зависит, во-первых, от пропорции, в которой смешана крупная и мелкая картошка, а во-вторых, от того, как трясти ведро. Вы сами легко сможете убедиться в этом — лучше, конечно, если до эксперимента вы дочитаете этот параграф до конца, тогда вам станет понятнее, что и как проверять.

Итак, эксперимент не дает однозначного ответа на поставленный вопрос. Однако и с теоретическим подходом к этой задаче дело обстоит не легче. Для полного ее решения, как вы увидите немного позднее, в качестве предварительного этапа необходимо разрешить такую математическую проблему, которая не только не решена сейчас, но, по мнению автора, не будет решена еще очень и очень долго. Над простейшим случаем этой проблемы математики бьются несколько веков, но существенного прогресса пока не наблюдается.

Между тем сформулированная выше задача про картошку имеет огромное практическое значение. Точнее, важна не задача сама по себе, важно изучить и понять закономерности фигурирующего в ней процесса разделения смеси частиц под действием вибрации на фракции, различающиеся по своим физическим свойствам. Этот процесс называется вибросепарацией, и прежде чем приступить к решению задачи про картошку, необходимо дать хотя бы самое общее представление о вибросепарации.

Начнем с вопроса о том, почему ее изучение так важно.

Как быть на месте Василисы?

Сказка ложь, да в ней намек,
добру молодцу урок.

Когда баба-яга стала ложиться спать, она сказала Василисе Прекрасной: «Когда завтра я уеду, ты смотри — двор вычисти, избу вымети, обед состряпай, белье приготовь да пойди в заком, возьми четверть пшеницы и очисти ее от чернушки. Да чтоб все было сделано, а не то съем тебя!»

Выполнение всех этих заданий, кроме последнего, особых трудностей не представляет — с ними могла бы справиться любая расторопная домохозяйка. Но последнее задание меняет ситуацию коренным образом: очистить за день четверть (а это 209,9 литра!) пшеницы немыслимо *). Неудивительно, что, услышав приказ бабы-яги, «Василиса Прекрасная залилась горячими слезами».

Бабу-ягу, стремившуюся придумать для Василисы задание потруднее, не следует хвалить за оригинальность мышления: ее задача далеко не нова. В несколько иной постановке проблема очистки зерна возникла одновременно с появлением земледелия, т. е. в X—VIII тысячелетиях до н. э., когда племена натufийской культуры предприняли первые попытки искусственного выращивания злаков. Уже в те времена появилась необходимость, во-первых, очистить зерно от мякины перед употреблением в пищу, во-вторых, научиться отделять зерна злаков от семян сорняков (посев сорняков вместе с культурой приводит к значительным потерям урожая), в-третьих, на семена для последующих посевов необходимо из всей массы зерен отобрать самые лучшие, самые здоровые и жизнеспособные. Все это очень трудные задачи — для того чтобы вручную перебрать мешок зерна, необходимы многие десятки, если не сотни, человеко-часов кропотливого труда. Именно поэтому очистка зерна фигурирует как символ трудности в сказках многих народов мира.

Главным героем сказок при сортировке зерна на помощь почти всегда приходило волшебство. У Василисы, как вы помните, была маленькая волшебная куколка («... когда Василиса проснулась, куколка выбирала из пшеницы последние зерна чернушки...»), в других сказках

*) Четверть как мера объема использовалась раньше в обиходе двояко: при измерении объема сыпучих веществ, например пшеницы, 1 четверть — это 209,9 л, а при измерении объема жидкостей четверть — это $\frac{1}{4}$ часть ведра, т. е. 3 л.

из беды выручают голуби, мыши, муравьи. Однако жизнь не сказка, и людям в решении этой задачи на волшебство рассчитывать не приходится. Они могут полагаться только на свои собственные силы. Как же решить «проблему бабы-яги» (или «проблему «Василисы Прекрасной», если она вам нравится больше) без помощи волшебства?

Интересно, что ответ можно найти в тех же сказках — это ведь не только выдумки, но и своего рода копилка народной мудрости. Вот, например, что происходит в одной из сказок острова Бали (Индонезийский архипелаг): «Сестрица взяла большую плоскую корзину, положила туда немного риса с половой и стала подбрасывать. Ветер сдувал полову, и она оседала по краям, а рис собирался в середине». Обратите внимание — это типичная вибросепарация! Встряхивание зерна способствует разделению фракций, а ветер уносит ненужное. Правда, если надо накормить сто тысяч человек, то одной плоской корзиной не обойдешься — нужна машина ... И большинство современных зерноочистительных машин работает на том же принципе: смесь «зерно + примеси» подвергают вибрации и либо с помощью сит и решет отделяют нижнюю фракцию (так поступают, например, при сортировке зерен по размеру), либо используют воздушную струю, и разделение фракций происходит благодаря различию аэродинамических свойств зерна и примесей.

Очистка зерна — это первый и важнейший пример применения вибросепарации, но далеко не единственный. Разделение сыпучих смесей на отдельные фракции лежит в основе технологии многих производств: керамического, абразивного, строительных материалов, мукомольного. Широко используется и противоположный в некотором роде процесс — вибросмешивание, когда под действием вибрации из разных фракций образуется однородная смесь. Можно найти много общего между вибросепарацией и такими, например, процессами, как виброуплотнение бетона, «плавание» фундамента под вибрирующими заданиями промышленных цехов и т. д.

Таким образом, изучение закономерностей, которые управляют поведением сыпучих сред под действием вибрации, очень важно для развития многих видов производства. Без знания теории происходящих процессов, например, невозможно построить хорошую современную высокопроизводительную машину для очистки зерна или смешивания составных частей при изготовлении красок.

Теория вибрационного сепарирования была создана в основном трудами советских ученых — Горячкина, Берга, Левинсона, Летошнева, Терского, Блехмана, Непомнящего и других. В основе ее лежат уравнения физической кинетики, которые настолько сложны, что студенты институтов и университетов проходят их только на последних курсах. Рассказать об этих уравнениях школьникам, по-видимому, не проще, чем прочитать им весь университетский курс физики, но, к счастью, довольно-много можно понять даже на школьном уровне.

Что происходит при встряхивании?

Брюкву не следует рвать руками ... Лучше послать мальчика, чтобы он залез на дерево и осторожно потряс его.

М. Твен. «Как я редактировал сельскохозяйственную газету»

Главный вопрос, возникающий при первом знакомстве с вибросепарацией, — это вопрос о том, почему под действием вибрации вообще будет происходить перераспределение частиц. Для ответа на него нам придется сначала рассмотреть так называемую «задачу о плоском рассеве», которую поставил и решил выдающийся русский ученый, основоположник аэродинамики Н. Е. Жуковский (1847—1921). Формулируется она следующим образом.

Тело массы m неподвижно лежит на шероховатой горизонтальной плоскости Oxy . Коэффициент трения тела о плоскость равен k . Плоскость Oxy начинает двигаться так, что расстояние от нее до параллельной неподвижной плоскости $O'x'y'$ не изменяется, оси Ox и Oy все время остаются параллельными осям $O'x'$ и $O'y'$, а точки плоскости Oxy совершают равномерное вращательное движение по окружностям радиуса R с частотой ω (рис. 27). Требуется установить, как будет двигаться тело, лежащее на поверхности Oxy .

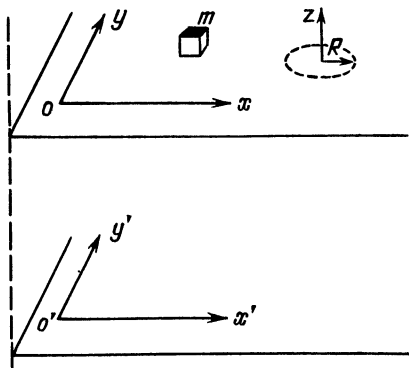


Рис. 27.

Прежде всего, очевидно, что если коэффициент трения k равен бесконечности, тело будет вести себя так, словно оно прилипло к плоскости Oxy , т. е. подобно точкам самой плоскости оно будет двигаться относительно неподвижной плоскости $O'x'y'$ по окружности радиуса R с частотой ω . Точно таким же движение тела будет не только при $k = \infty$, а и в тех случаях, когда $k < \infty$, но сила трения все равно достаточно велика для того, чтобы удерживать тело массы m при вращательном движении с частотой ω на окружности радиуса R . Поскольку максимальное значение силы трения равно kmg , а центростремительная сила для указанного типа движения должна быть равна $m\omega^2 R$, то при $kmg > m\omega^2 R$ (т. е. при $k > \omega^2 R/g$) тело будет двигаться точно так же, как и при бесконечно большом k .

А что будет происходить при $k < \omega^2 R/g$? Сила трения будет не в состоянии удерживать тело на траектории радиуса R и начнется его проскальзывание относительно плоскости Oxy . Это проскальзывание легко увидеть экспериментально, если на книгу положить какой-нибудь небольшой предмет и быстро двигать ее в горизонтальной плоскости.

Точное решение, полученное Жуковским, показывает, что при $k < \omega^2 R/g$ тело будет двигаться относительно плоскости Oxy по окружности, радиус r которой связан с радиусом R соотношением

$$r = R\sqrt{1 - (kg/\omega^2 R)^2}.$$

Если трение между телом и плоскостью полностью отсутствует, т. е. $k = 0$, эта формула дает $r = R$. В правильности этого результата легко убедиться и непосредственно — поскольку при отсутствии трения движение плоскости Oxy не будет оказывать на тело никакого влияния, то оно останется неподвижным относительно неподвижной плоскости $O'x'y'$. Это означает, что относительно движущейся плоскости оно будет двигаться по окружности радиуса R , что и получается из формулы Жуковского. Из этой формулы следует также, что при $k = \omega^2 R/g$ подкоренное выражение обращается в нуль. При этом $r = 0$, и это означает, что тело перестает проскальзывать относительно плоскости Oxy — начинается движение в режиме «прилипания». При $k > \omega^2 R/g$ формулой пользоваться нельзя, но каким будет движение в этом случае, мы уже выяснили.

Зная решение задачи «о плоском рассеве», можно вернуться к проблемам вибросепарации. Начнем с несложного

эксперимента. Если насыпать в банку сухого песка и бросить сверху гайку (годится и любой другой небольшой металлический предмет), то ничего необычного не произойдет. Гайка упадет на песок и останется лежать на нем. Тонуть в песке она не будет, так как для того, чтобы пропустить гайку вниз, песчинки должны расступиться, а они не могут сделать этого, поскольку силы трения препятствуют их взаимному перемещению. Однако если закрыть банку крышкой, чтобы песок не высыпался, и некоторое время потрясти, то после прекращения встряхивания на поверхности песка гайки не окажется. Она утонет. Попытаемся разобраться почему.

Рассмотрим движение банки, когда верхняя граница песка, на которой лежит гайка в начале опыта, движется так, как двигалась плоскость *Оху* в задаче «о плоском рассеве». Если коэффициент трения гайки о песок удовлетворяет условию $k \leq \omega^2 R/g$ (или, что то же самое, если параметры вибрации удовлетворяют соотношению $\omega^2 R \geq gk$), то в соответствии с решением задачи «о плоском рассеве» начнется проскальзывание гайки относительно песка. Даже если гайка находится в толще песка, то все равно она начнет проникать сквозь сыпучую среду, двигаясь в горизонтальной плоскости по круговой траектории.

Теперь давайте вернемся на минутку к явлению заноса, которое мы рассматривали в разделе об автомобилях. Причина его заключается в том, что если тело находится на грани проскальзывания или уже скользит в одном направлении, то смещение в перпендикулярном направлении может быть вызвано очень малой силой. Вернитесь еще раз к рис. 13 и вы все вспомните.

То же самое явление будет наблюдаться и при скольжении гайки относительно песка: благодаря круговому движению в горизонтальной плоскости гайка уже не встретит такого же сопротивления по вертикали, как в том случае, когда она покоится. Сила трения будет уже не в состоянии воспрепятствовать движению гайки вниз под действием силы тяжести. Гайка начнет тонуть в песке подобно тому, как тела с большой плотностью тонут в менее плотной жидкости.

Следует отметить, что аналогию между вибрирующей сыпучей средой и жидкостью можно проследить довольно далеко. Так, для вибрирующей сыпучей среды выполняется закон, аналогичный закону Архимеда (в такой среде не только тонут тяжелые, но и всплывают легкие предметы), для нее можно ввести аналог гидростатического давления

и т. д. Разумеется, аналогию эту можно проводить не при любой вибрации, а только при «достаточно хорошей» — выяснение точного смысла этих слов заняло бы довольно много времени, но интуитивно он достаточно ясен. Так, если амплитуда A и частота ω колебаний сосуда удовлетворяют соотношению

$$\omega^2 A > kg,$$

где k — коэффициент трения частиц среды друг о друга, то частицы получают возможность проскальзывать друг относительно друга и сыпучая среда начинает обнаруживать свойства жидкости. Например, насыпать песчаный холмик в вибрирующем сосуде невозможно: верхняя граница песка в нем всегда будет горизонтальна.

Опускание железной гайки на дно банки с вибрирующим песком является типичным примером того, что в теории вибросепарации называется гравитационным осаждением тяжелой фракции. Общее направление процессов, происходящих при гравитационном осаждении, можно определить следующим образом: центр масс вибрирующей смеси стремится опуститься как можно ниже. Такое состояние является наиболее выгодным для системы с энергетической точки зрения, поскольку потенциальная энергия системы имеет в нем минимальное значение. А стремление системы занять положение с минимальной потенциальной энергией является очень общим законом физики, который описывает поведение огромного количества самых разнообразных систем. С некоторыми оговорками можно утверждать, что этот закон выполняется всегда, когда у системы существует потенциальная энергия.

Если на частицы системы кроме сил тяжести действуют и другие силы, то все остается практически без изменений. Например, если вибрирующая сыпучая среда помещена в магнитное поле, а некоторые из ее частиц являются ферромагнитными, то будет происходить не только гравитационное, но и магнитное осаждение. Этот процесс используется для очистки муки от металлической пыли, попадающей туда в основном из-за износа металлических частей техники, с помощью которой обрабатывается зерно на долгом пути от поля до хлебокомбината. Поскольку наличие металлических частиц в хлебобулочных изделиях недопустимо, муку очищают от них с помощью сильных магнитов, и требования ГОСТа здесь очень и очень строги.

Гравитационное осаждение тяжелой фракции является не единственным процессом, происходящим в вибрирую-

щей сыпучей среде. Если бы происходило только оно, то смесь пенопластовых шариков и свинцовой дроби такого же размера после встряхивания заняла бы положение, изображенное на рис. 28, *а*. В действительности же картина будет примерно такой, как на рис. 28, *б*, т. е. на гра-

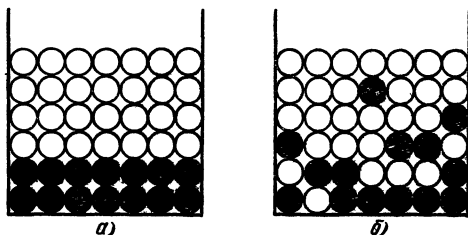


Рис. 28.

нице раздела будет происходить взаимное проникновение частиц из одной фракции в другую. По аналогии с похожим явлением, происходящим в мире молекул, этот процесс называется диффузией, хотя между ним и настоящей диффузией имеются довольно существенные различия. Например, столкновение молекул происходит без потери энергии, а столкновение частиц сыпучей среды — с потерей, длина свободного пробега молекулы при настоящей диффузии гораздо больше ее диаметра, а при вибросепарации длина свободного пробега частицы гораздо меньше ее размеров и т. д.

Характер диффузии существенно зависит от характера вибрации, в частности от амплитуды и частоты встряхивания сосуда. Если банку со смесью свинцовой дроби и пенопластовых шариков встряхивать размашистыми движениями руки, то все будет перемешиваться совершенно случайным образом и гравитационное осаждение будет почти полностью подавлено диффузией. Если же воспользоваться для встряхивания вибратором для массажа, включенным на самую малую амплитуду колебаний, то эффекты диффузии будут незначительными и главную роль начнет играть гравитационное осаждение.

При описании поведения сыпучей среды под действием вибрации очень важную роль играет разделение всех происходящих в среде процессов на быстрые и медленные. Процесс называется медленным, если средняя скорость связанного с ним направленного движения частиц значительно меньше средней скорости, с которой частицы при виб-

рации колеблются около среднего положения. Рассмотренные выше гравитационное осаждение и диффузия являются медленными процессами, а вибрация частиц — быстрым. Время установления того или иного режима вибрации составляет всего несколько периодов колебаний сосуда, а эффекты диффузии и гравитационного осаждения проявляются спустя гораздо большее время. Иначе говоря, частицы среды участвуют как бы в двух независимых движениях: направленном «медленном» и беспорядочном, хаотическом — «быстром». Весь смысл разделения процессов на быстрые и медленные и состоит в том, что их часто можно рассматривать как протекающие независимо друг от друга, а это значительно упрощает описание системы. Те характеристики среды, которые определяются быстрыми процессами (например, характер вибрации определяет энергию, переходящую в единицу времени в тепло в результате столкновения частиц), можно рассчитывать независимо от гравитационного осаждения и других медленных процессов.

Впрочем, подробный разговор о пользе, которую можно извлечь из разделения процессов на быстрые и медленные, увел бы нас далеко в сторону от задачи о картошке, с которой начинался этот раздел. Давайте вернемся к ней снова, поскольку теперь мы уже располагаем сведениями, которые могут помочь в ее решении.

Еще раз о картошке

После произведенного выше самого общего рассмотрения процессов, происходящих в вибрирующей сыпучей среде, мы уже можем кое-что сказать о том, что произойдет, если ведро с картошкой встряхивать достаточно долго, до проявления эффектов медленного процесса гравитационного осаждения. Состояние, которое установится после встряхивания, — это состояние с предельно низко расположенным центром масс, «искаженное» диффузией. Степень «диффузионного искажения» может быть различной в зависимости от типа вибрации. Здесь возможны два предельных случая. Один из них реализуется тогда, когда картошки в ведре мало, а встряхивание производится с большой амплитудой. В этом случае произойдет равномерное перемешивание картофеля всех размеров, и на вопрос о том, что окажется сверху, однозначно ответить нельзя, поскольку там будет как крупная, так и мелкая. Именно эта ситуация имела в виду ранее, когда

утверждалось, что исход эксперимента зависит от того, как трясти ведро.

Другой предельный случай — это полное подавление диффузии гравитационным осаждением. При некоторых режимах встряхивания эффектами диффузии можно пренебречь и считать, что система занимает самое энергетически выгодное состояние, т. е. состояние с самым низким расположением центра масс. Реальное распределение будет промежуточным между этими крайними случаями: в нем будут наблюдаться и эффекты гравитационного осаждения, и диффузионные.

Заметим теперь, что если мы установим, крупная или мелкая картошка будет находиться сверху во втором предельном случае, то тот же ответ сохранится и для реальных состояний (разумеется, кроме случая полного перемешивания). Диффузия способна случайно забросить пару мелких картофелин туда, где должна находиться крупная, и наоборот, но качественно изменить всю картину она не способна. Таким образом, для решения поставленной задачи нам необходимо установить, крупная или мелкая картошка будет находиться сверху в состоянии с максимально опущенным центром масс. Для простоты будем считать, что каждая картофелина — это шар, и что в ведре содержатся шары только двух размеров: все большие одинаковы между собой и все маленькие тоже. Будем считать также, что плотность вещества, из которого сделаны шары, постоянна и не зависит от размера шара. Спрашивается, большие или маленькие шары будут находиться наверху в энергетически наивыгоднейшем состоянии?

В такой постановке задача, на первый взгляд, представляется совсем простой и кажется, что для ее решения осталось сделать только один шаг: выяснить, какая упаковка шаров будет иметь максимальную плотность. Зная, что в результате гравитационного осаждения то, что тяжелее, опустится вниз, мы и выясним, большие или маленькие шары останутся сверху. Задача будет решена!

Увы, эта простота иллюзорна. На последнем шаге нас и поджидают основные трудности, поскольку во всем, что касается упаковок шаров, нерешенных проблем больше, чем решенных. Разговор об упаковках шаров настолько непросто, что его придется выделить в отдельный раздел.

Упаковки шаров

Когда Джорж кончит жизнь на виселице, самым дрянным упаковщиком в мире останется Гаррис.

Джером К. Джером «Трое в одной лодке»

Итак, упаковкой называется совокупность касающихся друг друга шаров, занимающая некоторую область пространства. Если шары полностью занимают сосуд объема V , то плотностью упаковки ρ называется отношение объема $V_{\text{ш}}$, заключенного внутри шаров, к объему сосуда V .

На первый взгляд, это определение может показаться некорректным — действительно, если, не меняя расположения шаров, изменить форму заключающего их сосуда (например, деформировать стенку сосуда там, где шары ее не касаются), то определенная указанным образом плотность ρ изменится. Можно, однако, показать, что с возрастанием объема сосуда V (а задачу можно формулировать, как задачу о встряхивании вагона с картошкой, — сути дела это не меняет) роль граничных эффектов будет беспредельно уменьшаться, и для достаточно больших сосудов его можно пренебречь. Поэтому в дальнейшем мы будем считать, что сосуд достаточно велик и граничных эффектов учитывать не будем.

В результате гравитационного осаждения на дно сосуда будет опускаться фракция, имеющая максимальную плотность упаковки. Можем ли мы сказать, чему эта плотность равна, и указать, при каком расположении шаров она достигается? Оказывается, что в случае шаров разных размеров ни того, ни другого сделать мы не можем. Задача о построении максимально плотной упаковки не решена даже для случая одинаковых шаров. На этой проблеме стоит остановиться подробнее.

Заполнять пространство шарами одинакового радиуса можно разными способами. В самом первом своем номере журнал «Квант» (1970, № 1) поместил статью Г. И. Косоурова «Кристаллы из шариков», в которой описано несколько вариантов такого заполнения *). Можно, например, выложить нижний слой так, чтобы центры шаров лежали в узлах квадратной решетки, а второй и последующие слои выкладывать так, чтобы центры всех шаров лежали точно

*) Статья Г. И. Косоурова помещена также в кн.: Опыты в домашней лаборатории.— М.: Наука, 1980.— Библиотечка «Квант», вып. 4.

под центрами шаров нижнего слоя. Плотность ρ такой упаковки подсчитать очень просто, она равна отношению объема шара к объему описанного вокруг него куба, т. е.

$$\rho = \frac{4}{3}\pi R^3 / (2R)^3 = \pi/6 = 0,5236...$$

Можно уложить шары плотнее. Например, нижний слой уложить максимально плотно так, чтобы центры шаров лежали в вершинах сети из равносторонних треугольников, а шары второго и последующего слоев класть в лунки, образованные шарами предыдущего слоя. В этом случае плотность упаковки $\rho = 0,74048...$

Еще способ укладки: шары нижнего слоя кладутся так, что их центры лежат в вершинах сетки из квадратов (т. е. так, как в первом случае), но шары второго и последующих слоев кладутся в лунки, образованные предыдущим слоем. Плотность такой упаковки такая же, как в предыдущем случае — $\rho = 0,74048$, поскольку это фактически та же упаковка, но иначе повернутая.

Способов упаковки шаров много, но обеспечивает ли какой-нибудь из перечисленных нами максимально возможную плотность? Нет, не обеспечивает: Максимально плотная упаковка шаров одинакового радиуса в трехмерном пространстве в настоящее время неизвестна *). А почему ее до сих пор не удалось построить, вы сейчас поймете.

Взгляните на рис. 29, на котором изображены два способа укладки кругов на плоскости. Плотность упаковки в случае (б) больше, чем в случае (а), и интуитивно ясно, что еще плотнее уложить круги не удастся. Интуитивная догадка тем не менее нуждается в строгом доказательстве, и его дал в 1940 г. венгерский математик Ласло Фейеш Тот. Возможность построения максимальной плотной упаковки кругов на плоскости тесно связана с тем обстоятельством, что можно плотно окружить один круг касающимися его и друг друга шестью

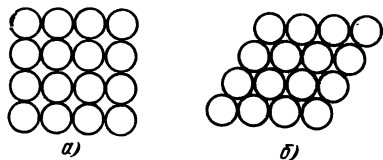


Рис. 29.

*) Задача о нахождении максимально плотной упаковки шаров может быть сформулирована и для пространств, размерность которых больше трех. О том, какое практическое значение имеют эти задачи, читатель может узнать более подробно из статьи «Упаковки шаров» (В мире науки, 1984, № 3, с. 72), где эти задачи рассматриваются в связи с проблемой передачи и приема информации.

другими кругами такого же радиуса. А с шарами дело обстоит иначе. Плотно окружить шар шарами такого же радиуса невозможно. Вопрос о том, сколько одинаковых шаров можно приложить к шару того же радиуса, поставил в 1611 г. И. Кеплер. В этой связи интересно вспомнить также о знаменитом споре между Исааком Ньютоном и его другом оксфордским астрономом Дэвидом Грегори. В дневнике Грегори имеется запись о том, что в один из дней 1694 г. Ньютон предложил Грегори пари: «Спорим, что тринадцать одинаковых шаров, как их ни расположи, не могут касаться еще одного шара такого же радиуса». Грегори принял спор, и было исписано много бумаги, но никому из них так и не удалось доказать свою правоту. Дело в том, что после того как в соприкосновение с данным шаром придут двенадцать других шаров, между ними останется свободное место, и выяснить, удастся ли втиснуть туда еще один шар, очень непросто. Решение с помощью эксперимента математиков, разумеется, не устраивает — шары можно располагать вокруг данного шара самыми разными способами и место для еще одного не освобождается, но это вовсе не означает, что подобрать их удачную комбинацию невозможно в принципе. Спор был разрешен через 180 лет, когда в 1874 г. Рейнольд Хоппе доказал правоту Ньютона: максимальное число шаров, которые могут касаться данного шара того же радиуса, равно двенадцати, и ни при каком их расположении тринадцатый шар в зазор между ними не поместится.

Наличие зазора делает исключительно трудным построение максимально плотной упаковки, и до сих пор такая упаковка не построена. Деятельность математиков, занимающихся построением этой упаковки, сводится примерно к следующему. Из шаров строятся различные максимально плотно упакованные комплексы, в которые могут входить до нескольких десятков шаров. Затем из этих комплексов пытаются что-нибудь сложить: «Если к комплексу № 35 присоединить комплекс № 42, вставив между ними еще шар, а сбоку приложить комплексы № 3 и № 17, то получится конструкция с большой плотностью, которую можно периодически продолжить и заполнить ею все пространство». Интересно отметить следующее обстоятельство. Несмотря на то, что наиплотнейшая упаковка сама не построена, плотность ее известна — соответствующее число $p=0,7796\dots$ получил в 1958 г. К. Роджерс *).

*) Точный результат равен $\sqrt{2}[3 \arccos(1/3) - \pi] \approx 0,7796338\dots$

Возникла ситуация, когда «задача не решена до сих пор, хотя ответ ее известен».

Задачами об оптимальных (например, самых плотных) расположенных фигур и тел, о касаниях шаров и т. д. занимаются два тесно связанных раздела математики — дискретная геометрия и комбинаторная геометрия. Те, кто хочет подробнее узнать о них, см. книгу М. Гарднера «Математические головоломки и развлечения» (М.: Мир, 1971, с. 408— 418), а мы вернемся к вопросам, которые важны при рассмотрении вибросепарации.

Заметим, что плотность любой упаковки одинаковых шаров (в том числе и наиплотнейшей) не зависит от радиуса составляющих ее шаров. Действительно, любую упаковку, которую можно сложить из маленьких шаров, можно сложить и из больших. При этом во сколько раз увеличится объем $V_{\text{вн}}$, заключенный внутри шаров, во столько же раз увеличится и объем V заключающего упаковку сосуда, и плотность упаковки, равная отношению этих объемов, останется неизменной. То есть ни одна из ситуаций,

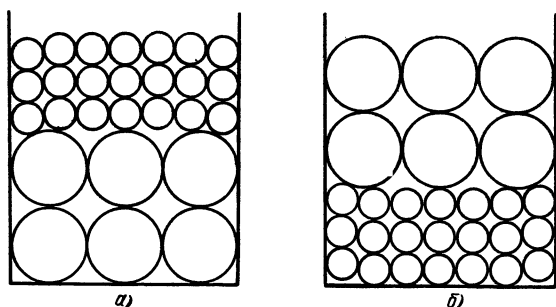


Рис. 30.

изображенных на рис. 30, а, б, не является с энергетической точки зрения более выгодной, чем другая, и поэтому ни одна из них не будет являться результатом гравитационного осаждения тяжелой фракции.

Нам осталось сделать последнее наблюдение. Обратите внимание на то, что плотность упаковки шаров разных диаметров может превышать максимальную плотность упаковки одинаковых шаров. Для доказательства этого утверждения достаточно рассмотреть случай, когда маленькие шары достаточно малы для того, чтобы поместиться в пустотах максимально плотной упаковки больших шаров. Иначе говоря, некоторая смесь больших и маленьких

шаров может оказаться тяжелее, чем самые плотные упаковки только больших или только маленьких шаров. Именно такая смесь будет оседать на дно сосуда в результате гравитационного осаждения. Сверху же останутся избыточные шары — большие, если в сосуде было слишком много больших шаров, и маленькие, если было слишком много маленьких.

Это, собственно, и есть ответ на вопрос, поставленный в начале раздела. Однако в этом ответе известное и неизвестное переплетаются так тесно, что трудно различить, где кончается одно и начинается другое.

Давайте подведем итог и четко отделим то, что мы знаем, от того, чего не знаем.

Так все-таки, крупная или мелкая?

Возникшую ситуацию можно коротко охарактеризовать следующим образом: мы полностью понимаем качественную сторону происходящих явлений, но у нас нет никакой возможности выяснить количественную сторону. Более точно это означает следующее.

Мы понимаем, что будет происходить при встряхивании ведра — будет понижаться центр масс системы. Мы понимаем, что при этом на дно будет опускаться самая плотная фракция, в которой в определенной пропорции смешаны большие и маленькие шары. Понимание всего этого дает нам возможность разобраться в целом ряде частных случаев.

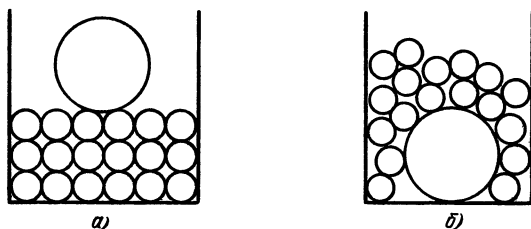


Рис. 31.

Пусть ведро наполнено мелкой картошкой, а сверху положена одна крупная картофелина (рис. 31, а). Чтобы эффект был заметнее, будем считать, что крупная картофелина во много раз больше мелких. Что будет происходить при встряхивании ведра?

Докажем, что в состоянии с самым низким расположением центра масс «сверхбольшая» картофелина должна лежать на дне. В самом деле, ограничивающая ее сфера заполнена веществом полностью, без пустот. Поэтому единица объема внутри сферы имеет большую массу, чем единица объема самой плотной упаковки мелких картофелин, — там все же есть пустоты. Следовательно, если большая картофелина переместится сверху вниз, центр масс системы опустится (рис. 31, б).

Итак, большая картофелина утонет в мелкой. А что будет происходить, если ведро наполнить крупной картошкой, а сверху бросить одну картофелину (рис. 32, а) размером с горошину, такую, что она помещается в зазоре

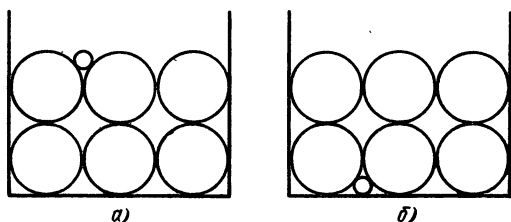


Рис. 32.

между большими? Она скатится на дно (рис. 32, б), поскольку центр масс при этом будет опускаться. То есть маленькая картофелина тоже «тонет» в крупной. Если в ведро с крупной картошкой добавить мелкой побольше, то она просыплется вниз и в зависимости от того, сколько ее, заполнит ведро до некоторой высоты (рис. 33, а, б). Итак,

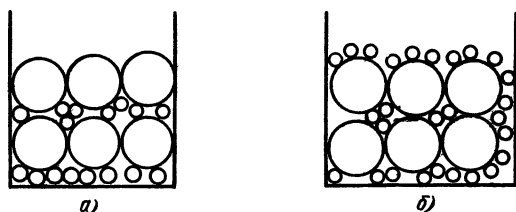


Рис. 33.

на дне всегда будет собираться некоторая вполне определенная смесь крупной картошки и мелкой, а сверху всегда останется та, которая в ведре имеется в избытке. До сих пор все было ясно и понятно; трудности начнутся тогда,

когда мы обратимся к количественной стороне вопроса и попытаемся заранее вычислить, какая картошка окажется в избытке.

Допустим, нам известно, что в ведре имеется N_1 больших шаров радиуса R и N_2 маленьких шаров радиуса r . Можем ли мы установить, какие шары после вибросепарации окажутся сверху? Нет, не можем. Никто не знает, в какой пропорции надо смешивать шары радиусов R и r , чтобы получить максимально плотную упаковку. Поэтому невозможно сказать, какие шары окажутся в избытке, если задано число тех и других. Проблему можно было бы считать полностью решенной в том случае, если бы мы знали, как зависит плотность наиплотнейшей упаковки ρ от отношения радиусов шаров $\rho = r/R$ и пропорции $v = N_1/N_2$, в которой смешаны большие шары и маленькие. А вы понимаете, насколько сложна эта задача. Во-первых, все еще не построена наиплотнейшая упаковка для гораздо более простого случая шаров одинакового радиуса. Во-вторых, при построении упаковок из шаров разного радиуса могут встретиться дополнительные трудности, которых не было в случае шаров одинакового радиуса. Последнее утверждение необходимо пояснить.

Дело в том, что сколь угодно малое изменение отношения $\rho = r/R$ может привести к глобальной перестройке максимально плотной упаковки. Если ρ_1 и ρ_2 двух упаковок различаются совсем немного, может оказаться, что для получения максимально плотной упаковки шары в пространстве в том и другом случаях необходимо расположить совершенно по-разному. Пусть, например, радиус маленького шара таков, что он точно вписывается в промежуток между четырьмя касающимися друг друга большими шарами. В этом случае можно получить очень плотную упаковку, если поместить маленькие шары в зазоры максимально плотной упаковки больших шаров. Если теперь немного увеличить радиусы маленьких шаров, они не дадут большим шарам образовать наиплотнейшую упаковку, и произойдет полная перестройка состояния.

Аналогично обстоит дело и в том случае, если смешаны шары не двух размеров, а трех, четырех и так далее. При некоторых соотношениях радиусов в упаковках возможны комбинации, которые отсутствуют при других соотношениях радиусов. Вот пример. В 1936 г. в серьезном журнале «Нейчур» серьезный ученый Фредерик Содди (1877—1956), получивший в 1921 г. за открытие изотопов Нобелевскую премию по химии, опубликовал несколько легко-

мысленные, на первый взгляд, стихи (вольный перевод цитируется по книге Карла Левитина «Геометрическая рапсодия»).

Поцелуй по расчету

Когда к устам прильнут уста,
Быть может голова пуста.
Но если вдруг четыре круга
Решат поцеловать друг друга,
То лишь геометра расчит
Их к поцелую приведет.
Вариантов два, любой не плох:
Все три в одном, один средь трех (рис. 34, а).
Коль три в одном, то изнутри
К гиганту тянутся они (рис. 34, б).
Но и средь трех он рад вполне:
Три поцелуя — все извне.

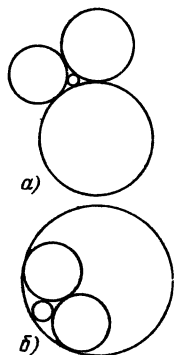


Рис. 34.

В этом стихотворении «закодировано» сообщение о том, что четыре окружности могут все попарно коснуться друг друга только при некотором определенном соотношении их радиусов. Далее Содди в стихотворной форме сообщает соотношение, которое должно выполняться, чтобы это было возможно: удвоенная сумма квадратов обратных радиусов равна квадрату их суммы. Эта формула описывает оба указанных на рис. 34 случая, только во втором из них величину самого большого радиуса надо брать со знаком «минус». Затем в стихотворении рассматривается случай попарно касающихся (в терминологии Содди — «целующихся») сфер. Их оказывается пять, и для того, чтобы все они могли коснуться друг друга, утроенная сумма квадратов обратных радиусов должна равняться квадрату их суммы. При выполнении этого соотношения в упаковке шаров пяти разных размеров возможны конфигурации, которые в противном случае отсутствуют. Это может значительно усложнить построение наиплотнейших упаковок. Возможно, конечно, что функцию $p(r, v)$ удастся найти, не строя самих упаковок, — в случае шаров одинакового радиуса случилось именно так. Но как это сделать, никто пока не знает. А без знания этой функции невозможно заранее вычислить, какие шары окажутся сверху в состоянии с предельно опущенным центром масс. Вот и получается, что при полной ясности качественной стороны про-

цесса вибросепарации количественный подход приводит к непреодолимым трудностям.

Не следует думать, что наличие подобных математических трудностей является непреодолимым препятствием для создания хороших вибросепарационных машин. В технике такие трудности встречаются на каждом шагу. Например, очень важная для авиации проблема турбулентного обтекания твердого тела потоком газа тоже до сих пор не решена, а самолеты тем не менее летают. И в авиации, и в вибросепарации, и в других случаях на помощь приходит эксперимент — он дает ответы на вопросы, которые не могут быть решены теоретически. Интересующие конструкторов закономерности сначала изучаются экспериментально, а уже потом на основе этих экспериментов разрабатывается новая техника.

И все-таки — до чего короткой оказалась дистанция между ведром с картошкой и нерешенными проблемами математики...

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

§ 1. ПОЧЕМУ ВОДА ВЫЛИВАЕТСЯ ИЗ ВЕДРА?

Загадка

Совершенно непонятно,
Почему вода течет
Сверху вниз,
А не обратно,
Так,
А не наоборот.

Р. Сеф. «Совершенно непонятно»

Трудно сосчитать, сколько раз вам приходилось выливать воду из ведер, стаканов, кувшинов и прочих сосудов. А задумывались ли вы хоть раз, почему она оттуда выливается?

Первой реакцией читателя на этот вопрос, вероятнее всего, будет удивление: «А над чем тут думать? Это же совершенно ясно! На воду действует сила тяжести, и если сосуд перевернуть, то под действием этой силы вода потечет вниз. Что здесь может быть непонятного?» Проведем несколько несложных экспериментов, которые покажут вам, что понятно все-таки не все.

Опыт 1. Наливаем воду в стакан и переворачиваем его вверх дном. Как и следовало ожидать, вода выливается.

Опыт 2. Наливаем воду в тот же стакан, накрываем его листком бумаги, плотно прижимаем листок к краю стакана, переворачиваем стакан и отпускаем листок. Вода не выливается.

Этот опыт хорошо известен и объясняется он просто. Вода не выливается потому, что этому препятствует атмосферное давление. Под действием веса воды листок прогибается, уровень воды в стакане понижается, объем воздуха в стакане увеличивается, поэтому давление его уменьшается и становится ниже атмосферного. Разность сил давления атмосферного воздуха и воздуха внутри стакана направлена вверх и уравнивает вес воды. Вот вода и не выливается, хотя, за исключением листка бумаги,

условия этого опыта (размеры сосуда, количество наливаемой воды, атмосферное давление, температура и т. д.) полностью повторяют условия опыта 1.

Опыт 3. Наливаем воду во флакон из-под духов и переворачиваем его. Вода не выливается.

Результат этого опыта также широко известен. Обычно ему не придают значения, но если обратить на него внимание, то после некоторого размышления проблема вытекания жидкости из перевернутого сосуда перестанет казаться простой.

В самом деле, возникает странная ситуация. Сила тяжести на воду действует, а вода не выливается, хотя ничего ее при этом, казалось бы, не удерживает. Это непонятно. Правда, в опыте 2 мы уже сталкивались с похожей ситуацией. Там вода не выливается благодаря противодействию атмосферного давления. Но если той же причиной попытаться объяснить опыт 3, то моментально возникает вопрос: «Почему атмосферное давление удерживает воду в перевернутом флаконе, но не может удержать ее в перевернутом стакане?». Ясность пропадает, а лавина вопросов начинает стремительно нарастать. Зачем нужен листок в опыте 2? Почему атмосферное давление удерживает воду в перевернутом стакане с листочком, но не может удержать такое же количество воды в том же стакане без листочка? Какие условия должны выполняться для того, чтобы атмосферное давление могло удержать воду в перевернутом сосуде без листка бумаги? Почему эти условия выполняются для воды во флаконе и не выполняются для воды в ведре? Иными словами, почему вода выливается из ведра?

Видите? Все не так просто. Если снова вернуться к объяснению: «Вода выливается потому, что на нее действует сила тяжести», — то несостоятельность его становится ясной хотя бы потому, что в нем ни слова не говорится об атмосферном давлении. Такое объяснение учитывает только силу тяжести, а это всего лишь один из многих действующих факторов и далеко не всегда он играет главную роль. С точки зрения такого объяснения результаты опытов 2 и 3 совершенно непонятны: сила тяжести действует, а вода не выливается. Таким образом, то, что обычно принимается за объяснение, в действительности ничего не объясняет, надо искать что-то другое. Этим мы сейчас и займемся.

Разгадка

Наконец Грифон сказал Деликатесу: «Ну ладно, старик, давай. Поехали. Нельзя же весь день толочь воду в ступе».

Л. Кэрролл. «Приключения Алисы в Стране Чудес»

Сопоставление опытов 1 и 3 показывает, что с помощью только атмосферного давления и силы тяжести объяснить процесс вытекания жидкости не удастся. Нужен еще, по крайней мере, один фактор, и этим фактором оказывается поверхностное натяжение. Какую роль оно играет при вылипании жидкости из сосуда? Оказывается, что поверхностное натяжение определяет свойства волн на нижней поверхности перевернутой жидкости. От поведения этих волн и зависит, выльется жидкость или нет. В следующем разделе мы проведем количественный анализ, а пока расскажем о происходящем на качественном уровне, без формул.

Вы знаете, что на верхней поверхности жидкости волны всегда постепенно затухают. Это происходит из-за внутреннего трения в жидкости, которое называется вязкостью. На нижней поверхности жидкости всё обстоит иначе — там могут создаться условия, при которых амплитуда возникающих волн стремится не уменьшаться, а наоборот, неограниченно увеличиваться. Такие волны мы в дальнейшем будем называть неустойчивыми. Атмосферное давление может удерживать воду в перевернутом сосуде только в том случае, если колебания нижней поверхности перевернутой жидкости с течением времени прекращаются, т. е. если возникающие волны являются затухающими. Если же на нижней поверхности жидкости создаются условия для возникновения неустойчивой волны, то жидкость выльется — именно это происходит в опыте 1. С помощью листа бумаги можно, как это было сделано в опыте 2, воспрепятствовать возникновению таких волн, и тогда атмосферное давление удержит воду, она не вытечет. В опыте 3 неустойчивая волна не возникает, амплитуда волн на нижней поверхности убывает с течением времени, вода тоже не вытекает.

Теперь многое стало понятным, но остался невыясненным один вопрос: «А как заранее узнать, устойчивая волна возникнет или неустойчивая?» Ответ на него будет получен немного позднее, но, забегая вперед, скажем, что для устойчивости или неустойчивости решающее значение имеет длина волны. Если она меньше некоторого критиче-

ского значения, волна устойчива и ее амплитуда убывает с течением времени, если больше — волна неустойчива. Это объясняет, почему вода не выливается из флакона и других сосудов с узким горлом. Если диаметр отверстия меньше критической длины, то неустойчивые волны с большей длиной волны не возникают, они просто «не помещаются» в маленьком отверстии. А волны, которые могут там возникнуть, имеют малую длину волны и будут затухать.

Еще раз подчеркнем, что основным «удерживающим» фактором является атмосферное давление, но при наличии на нижней поверхности перевернутой жидкости неустойчивой волны неограниченный рост амплитуды волн приведет к вытеканию жидкости.

Займемся теперь более подробным изучением неустойчивых волн.

Немного математики

Даже немножечко, чайная ложечка, — это уже хорошо!

А. А. Милн. «Винни-Пух и все-все-все»

К сожалению, строгий анализ процессов, происходящих на нижней поверхности перевернутой жидкости, даже в простейшем случае требует решения довольно сложного дифференциального уравнения, которое называется уравнением Чизотти и школьнику недоступно. Поэтому мы ограничимся рассмотрением упрощенной модели, которая тем не менее дает возможность разобраться в происходящем.

Представим себе, что мы перевернули накрытый листом бумаги сосуд и сила атмосферного давления уравновесила силу тяжести, действующую на воду, как это происходило в опыте 2. Представим теперь, что лист бумаги мгновенно исчез и на нижней границе жидкости образовалась свободная поверхность. В первый момент атмосферное давление еще удерживает жидкость, но в силу случайных колебаний воздуха и сосуда на невозмущенной поверхности начинают образовываться волны. Поведение этих волн и будет интересоваться нас в первую очередь.

Мы рассмотрим только один тип волн: плоские волны в сосуде с отверстием прямоугольной формы. При этом будем предполагать, что сечение волны плоскостью α , изображенной на рис. 35, состоит из полуокружностей радиуса R . Этот тип волн выбран в основном из соображе-

ний простоты изложения. Рассмотрение других типов волн приводит к аналогичным выводам, но при этом необходимо использовать более сложный математический аппарат. Подсчитаем изменение энергии жидкости, связанное с возникновением на ее нижней поверхности волны указанного типа.

Полная энергия жидкости складывается из ее потенциальной энергии в поле сил тяжести и поверхностной энергии, обусловленной силами поверхностного натяжения. Несколько слов о том, что представляет собой поверхностная энергия.

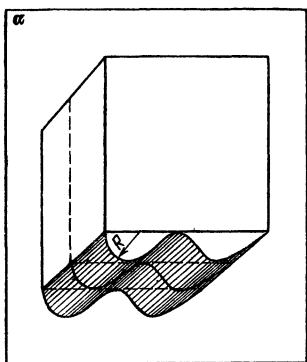


Рис. 35.

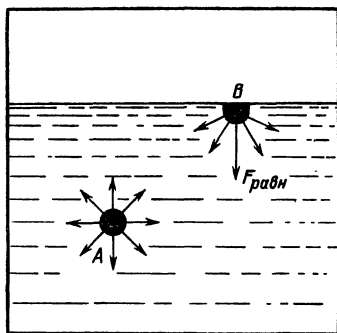


Рис. 36.

На молекулу A , находящуюся внутри жидкости, силы притяжения со стороны других молекул действуют во все стороны (рис. 36). Они взаимно уравниваются и их равнодействующая равна нулю. На молекулу B , расположенную на поверхности жидкости, силы притяжения действуют по направлению внутрь жидкости и их равнодействующая не равна нулю. Для перемещения молекулы из глубины жидкости на поверхность требуется совершить работу против этой равнодействующей. Поэтому для увеличения площади поверхности жидкости на величину ΔS необходимо затратить энергию W_1 , пропорциональную ΔS . Эта энергия называется поверхностной энергией, а коэффициент пропорциональности σ в соотношении $W_1 = \sigma \Delta S$ называется коэффициентом поверхностного натяжения. Таким образом, поверхностная энергия возрастает с увеличением площади поверхности жидкости. Формула $W_2 = mgh$ для потенциальной энергии тела массы m , поднятого на высоту h над землей, предполагается хорошо

известной и останавливаться на ней не будем. Давайте вычислим изменение энергии при возникновении одного максимума и одного минимума, как это показано на рис. 37, т. е. разницу между энергиями жидкости после и до возникновения одного периода волны.

При возникновении волны площадь поверхности жидкости увеличивается на $\Delta S = S_2 - S_1 = 2\pi Rl - 4Rl$, поэтому изменение поверхностной энергии будет $\Delta W_1 = \sigma(2\pi Rl - 4Rl) = 2\sigma(\pi - 2)Rl$.

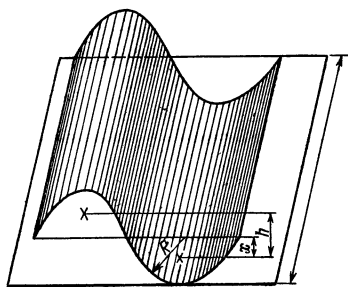


Рис. 37.

С другой стороны, при возникновении волны часть жидкости опускается, при этом опускается ее центр масс, и соответствующее изменение потенциальной энергии будет $\Delta W_2 = -mgh$, где m — масса опустившейся жидкости, h — расстояние, на которое опустился центр масс, g — ускорение свободного падения. Знак «минус» в этой формуле означает, что изменение потенциальной энергии отрицательно, т. е. энергия уменьшается.

Массу m опустившейся жидкости найти легко — это произведение плотности жидкости ρ на объем половины круглого цилиндра радиуса R и высоты l (см. рис. 37). Высота, на которую опустился центр масс жидкости, $h = 2x$, где x — расстояние от центра масс половины цилиндра до невозмущенной поверхности. Для круглого цилиндра это расстояние x оказывается равным $\frac{4}{3\pi}R$. Поэтому изменение потенциальной энергии за счет понижения центра масс имеет вид $\Delta W_2 = -\rho g \cdot \frac{1}{2} \pi R^2 l \cdot \frac{4}{3\pi} R \cdot 2 = -\frac{4}{3} \rho g R^3 l$. Полное изменение энергии запишется в виде

$$\Delta W = \Delta W_1 + \Delta W_2 = 2Rl[(\pi - 2)\sigma - \frac{2}{3}\rho g R^2].$$

Построим график зависимости ΔW от R (рис. 38). Посмотрите на него повнимательнее. Именно этот график дает ответ на все непонятные вопросы, связанные с выливанием воды. Для начала сравните его с графиком на рис. 39, где изображена зависимость потенциальной энергии от координаты для шарика, находящегося на вершине горы в небольшой яме. Похоже, не правда ли?

И поведение этих столь непохожих друг на друга систем во многом оказывается аналогичным. Шарик, как и любая система, стремится занять положение с минимальной потенциальной энергией. Поэтому при малых отклонениях от положения равновесия он вернется обратно. Но если отклонение будет достаточно велико, то шарик начнет скатываться с горы и уже не вернется в первоначальное положение равновесия. Перевалив через наивысшую точку препятствия, он будет стремиться к другому минимуму потенциальной энергии.

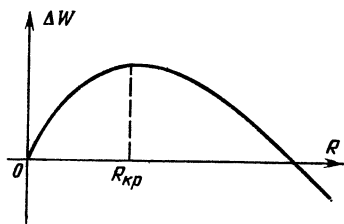


Рис. 38.

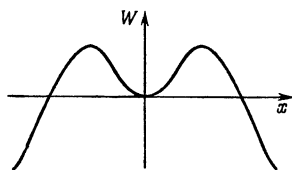


Рис. 39.

Аналогичная картина происходит и при выливании жидкости. Невозмущенная нижняя граница соответствует нулевому значению R (точка O на рис. 38). При возникновении волн с маленькими $R < R_{кр}$ поверхность жидкости будет стремиться в невозмущенное состояние, но как только R превысит $R_{кр}$, амплитуда волн будет стремиться неограниченно возрастать. Выигрыш энергии за счет понижения центра масс окажется больше, чем потери энергии, связанные с увеличением площади поверхности, поэтому волне энергетически выгодно увеличивать свою амплитуду. Это и приведет к выливанию жидкости из сосуда.

Вычислим теперь значение $R_{кр}$. Из рис. 38 видно, что максимум зависимости ΔW от R достигается только в одной точке. Те, кто уже умеет исследовать функции на максимум и минимум с помощью производных, легко найдут, что

$$R_{кр} = \sqrt{\frac{\pi - 2}{2} \cdot \frac{\sigma}{\rho g}}.$$

Остальным придется поверить на слово.

Таким образом, наша простая модель позволяет объяснить важнейшие черты исследуемого явления. Недостаток ее заключается в том, что параметр R характеризует и длину волны, и ее амплитуду. Гораздо последовательнее было

бы задавать эти параметры волны независимо, но это усложнило бы подсчет изменения энергии. Для тех, кто не умеет интегрировать, трудности стали бы непреодолимыми, а мы стремились максимально упростить все вычисления. Подстановка числовых значений $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ и $\sigma = 7,3 \cdot 10^{-2} \text{ Дж/м}^2$ для воды дает для критического радиуса $R_{\text{кр}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,2 \text{ см}$. Учитывая, что длина волны $\lambda = 4R$, мы получим, что вода будет вытекать из перевернутого сосуда, если размер отверстия превышает 0,8 см, что находится в разумном согласовании с экспериментом.

Итак, мы выяснили роль различных факторов, которые оказывают влияние на выливание воды и прочих жидкостей из сосуда. В заключение вернемся к самому началу. Как же все-таки ответить на вопрос: «Почему вода выливается из ведра?»

Правильный ответ можно сформулировать примерно так: радиус ведра гораздо больше критического радиуса, начиная с которого на нижней поверхности воды могут образовываться неустойчивые волны. Поэтому случайно возникающие отклонения нижней поверхности от невозмущенного состояния имеют тенденцию неограниченно увеличивать свою амплитуду, что и приводит к выливанию воды из перевернутого ведра.

ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

§ 1. ПОЧЕМУ КАПЛЯ «КАМЁНЬ ТОЧИТ»?

Об одном свойстве падающих капель

Не только антимир, но и обыкновенная капля таит в себе множество интереснейших проблем.

Из рецензии В. П. Лишевского на книгу
Я. Е. Гегузина «Капля»

Вы, вероятно, много раз обращали внимание на углубления, которые выдалбливает в асфальте, бетоне, граните и других твердых материалах вода, падающая с крыш во время дождя. Если не обращали — присмотритесь, в любом городе таких мест можно найти сколько угодно. Способность капель воды разрушать твердые препятствия была замечена очень давно и отражена в поговорке «капля камень точит». На первый взгляд, в этом явлении нет ничего, заслуживающего особого внимания: движущаяся вода переносит энергию и импульс, и поэтому неудивительно, что она оказывает разрушающее воздействие на преграду. Однако более внимательное рассмотрение обнаруживает не совсем понятную сторону процесса разрушения.



Рис. 40.

Рассмотрим случай, когда капли падают на преграду с некоторой постоянной высоты и скорости всех капель в момент удара одинаковы (рис. 40, а).

Будем постепенно увеличивать частоту падения капель. Ясно, что чем чаще капли падают на препятствие, тем быстрее они это препятствие разрушают, поскольку возрастают энергия и импульс, передаваемые преграде в единицу времени. Еще больше увеличим энергию и импульс, переносимые водой,— откроем кран капельницы настолько, что отдельные капли сольются в непрерывную струю (рис. 40, б). Из энергетических и импульсных соображений естественно ожидать, что непрерывная струя воды должна разрушать твердое препятствие быстрее, чем последовательность капель.

Опыт показывает прямо противоположное. В действительности непрерывная струя разрушает преграду гораздо медленнее, чем последовательность капель. При переходе от отдельных капель к непрерывной струе скорость разрушения может упасть в сотни и тысячи раз. Это кажется невероятным и необъяснимым, но тем не менее это так.

В чем тут дело? Почему отдельные капли, переносящие меньшую энергию и импульс, разрушают препятствие быстрее, чем непрерывная струя?

Разгадка очень проста, и читатели, вероятно, сразу же догадались, в чем она заключается. При ударе капли о препятствие происходит внезапно возникающий контакт поверхности капли с поверхностью преграды. При возникновении такого контакта развиваются давления во много раз большие, чем в случае падения непрерывной струи. Это явление называется гидравлическим ударом, и именно гидравлический удар приводит к тому, что последовательность отдельных капель обладает большим разрушающим действием, чем непрерывная струя. Таков качественный ответ на поставленные ранее вопросы.

Давайте теперь перейдем к более подробному рассмотрению гидравлического удара и попытаемся получить, как обычно, какие-то количественные оценки. Начать удобнее всего со случая непрерывной струи.

Как вычислить давление струи на преграду?

«Соня опять спит», — заметил Болванщик и плеснул ей на нос горячего чаю.

Л. Кэрролл «Приключения Алисы в Стране Чудес»

Рассмотрим горизонтальную струю, которая ударяется о вертикальную плоскую стену и растекается во все стороны в виде диска, толщина которого уменьшается от середины к краям (рис. 41).

Пусть струя имеет в сечении круг радиуса R и перед ударом о стену скорость струи равна v . Нас интересует сила, с которой струя давит на преграду. Разумеется, мы не будем учитывать в задаче вязкость жидкости, силу тяжести, поверхностное натяжение, атмосферное давление и т. д. — их вклад невелик.

Прежде чем заняться вычислением давления на преграду, мы решим очень легкую вспомогательную задачу. Задача эта такова: на какую величину изменится импульс тела массы m , если в течение времени Δt на него действует сила F ? Из второго закона Ньютона можно найти ускорение тела

$$a = F/m, \quad (1)$$

поэтому изменение скорости за время Δt будет равно

$$\Delta v = a\Delta t = F\Delta t/m. \quad (2)$$

И соответствующее изменение импульса можно найти по формуле

$$\Delta p = m\Delta v = F\Delta t. \quad (3)$$

Вспомогательная задача, как видите, решается совсем просто. Теперь выясним, какое отношение она имеет к основной задаче.

Струя воды, налетающая на преграду, изменяет свой импульс. Если за время Δt импульс воды изменится на Δp , то, используя решение вспомогательной задачи, силу F , с которой стена действует на воду, можно определить по формуле

$$F = \Delta p/\Delta t. \quad (4)$$

Согласно третьему закону Ньютона струя воды будет давить на стену с такой же силой F . Таким образом, задача о нахождении силы, с которой струя воды действует на преграду, с помощью вспомогательной задачи свелась к нахождению изменения импульса воды Δp за время Δt .

Если считать, что после соударения со стеной во все стороны в плоскости стены разлетается одинаковое количество воды с одинаковыми скоростями, то суммарный импульс воды после взаимодействия со стеной будет равен

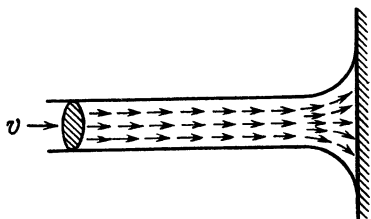


Рис. 41.

нулю. Другими словами, при взаимодействии со стеной вода теряет весь свой импульс. Поэтому изменение импульса за время Δt просто-напросто равно тому импульсу, который струя за время Δt переносит. Скорость струи равна v , значит,

$$\Delta p = \Delta m v, \quad (5)$$

где Δm — масса воды, которая за время Δt вступает в соприкосновение со стеной. За время Δt со стеной вступает во взаимодействие вода, находящаяся в цилиндре, высота которого равна $v\Delta t$, а площадь поперечного сечения $S = \pi R^2$. Поэтому масса Δm равна произведению плотности воды ρ на объем этого цилиндра, т. е. $\Delta m = \rho \pi R^2 v \Delta t$. Из (5) мы получим $\Delta p = \rho \pi R^2 v^2 \Delta t$, и тогда из (4) следует, что сила F , с которой струя действует на преграду, может быть найдена по формуле $F = \rho v^2 \pi R^2$. Разделив эту силу на площадь поперечного сечения струи, мы получим давление

$$P = \rho v^2. \quad (6)$$

Для струй воды, ударяющихся о препятствие со скоростями 5 м/с и 10 м/с, соответствующие давления будут приблизительно равны $2,5 \cdot 10^4$ Н/м² (0,25 кгс/см²) и 10^5 Н/м² (1 кгс/см²). С помощью таких давлений можно размывать мягкие грунты — песок, глину, но разрушить твердые породы невозможно. Посмотрим теперь, какое давление развивается в том случае, когда на преграду падает капля.

Удар капли о преграду

Тогда Герда заплакала; горячие слезы ее упали Каю на грудь, проникли в сердце, растопили его ледяную кору и расплавили осколок.

Х. К. Андерсен. «Снежная королева»

Рассмотрим теперь, что происходит при внезапном возникновении контакта между поверхностью жидкости и преградой. Пусть в круглой трубе радиуса R со скоростью v движется цилиндрический столб воды и в некоторый момент времени ударяется о препятствие (рис. 42, а). Как вычислить давление на преграду в этом случае?

В момент удара тонкий слой воды, вступающий в контакт с преградой, останавливается. Скорость воды в этом слое становится равной нулю, и он начинает мешать про-

движению вперед остальной массы воды, т. е. сам становится препятствием. О него тормозится следующий слой, который тоже становится преградой для остальных, затем следующий, следующий... В воде возникает ударная волна, т. е. вдоль трубы от препятствия начинает быстро бежать поверхность, которая разделяет уже остановившиеся слои

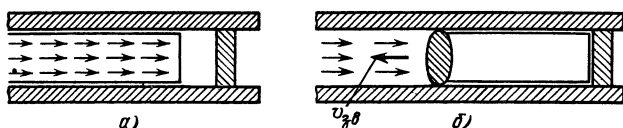


Рис. 42.

воды от еще не остановившихся (рис. 42, б). Скорость движения этой поверхности равна скорости звука $v_{зв}$ в воде, т. е. приблизительно 1500 м/с.

Поэтому за время Δt до нуля упадет скорость той массы воды, которая находится в цилиндре высотой $v_{зв}\Delta t$. Вспомните теперь, что в случае непрерывной струи за время Δt вода теряла импульс в цилиндре высоты $h = v\Delta t$ (v — скорость струи). Из сравнения этих выражений видно, что в случае внезапного контакта с преградой за время Δt свой импульс теряет гораздо большая масса воды. Следовательно, развиваемое давление в этом случае тоже будет гораздо больше. В точности повторяя рассуждения предыдущего раздела (с заменой высоты $v\Delta t$ на $v_{зв}\Delta t$), можно получить для давления в случае удара о преграду

$$P_{уд} = \rho v_{зв} v, \quad (7)$$

где ρ — по-прежнему плотность воды, $v_{зв}$ — скорость звука в воде, v — скорость струи.

Во сколько раз это давление больше давления непрерывной струи, имеющей ту же скорость v ? Из (6) и (7) сразу следует, что

$$P_{уд}/P = v_{зв}/v. \quad (8)$$

Скорость звука в воде, как мы уже говорили, равна приблизительно 1500 м/с. Пусть скорость струи равна 5 м/с. Тогда из (8) можно получить, что давление $P_{уд}$ развиваемое при ударе о преграду, в 300 раз (!) больше давления непрерывной струи той же скорости. Явление резкого возрастания давления при ударе жидкости о внезапно возникающую преграду называется гидравлическим ударом. Заметим, что тот факт, что вода находится в трубе,

существенного значения не имеет. Если в некоторый момент о преграду ударяется свободная струя, то за малое время гидравлического удара ее форма не успевает существенно измениться и в начальный момент времени после удара все происходит точно так же, как и в случае с водой, заключенной в трубу.

Вернемся теперь к каплям. Каждая капля представляет собой не что иное, как очень короткую струю, поэтому все рассуждения, которые мы провели при рассмотрении удара струи о преграду, применимы и к капле. Если о преграду ударяется капля, имеющая скорость 5 м/с, то при этом развивается давление, в 300 раз превосходящее давление

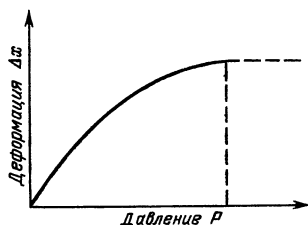


Рис. 43.

непрерывной струи той же скорости. А при увеличении давления в 300 раз скорость разрушения может возрасти более чем в 300 раз. Это связано с тем, что разрушение материала начинается с некоторого порогового давления (рис. 43).

Если давление меньше порогового, то происходит просто упругая деформация, но материал не разрушается. Поэтому, если давление непрерывной струи находится в области упругих деформаций, а давление, развиваемое при ударе капель (оно в сотни раз больше), находится за порогом разрушения, скорость разрушения возрастает не в сотни, а в тысячи раз. Именно поэтому капли разрушают то, чего непрерывная струя разрушить не может.

Явление гидравлического удара широко применяется в технике, поскольку позволяет сравнительно простыми способами получать высокие давления. Это явление, например, используется в очень остроумном устройстве для накачивания воды на большую высоту. Устройство называется гидротараном, и особенность его состоит в том, что для поднятия воды оно не потребляет энергии извне. Энергия большой массы воды, текущей с малой высоты, в гидротаране передается малой части той же воды, и этой энергии хватает для того, чтобы поднять небольшое количество воды на большую высоту. Упрощенная схема гидротарана изображена на рис. 44, а работает он следующим образом.

Из сосуда A , расположенного на небольшой высоте h_1 , вода течет по трубе Tr_1 . Клапан K_1 время от времени

закрывается. При закрытии клапана K_1 мгновенно прекращается движение воды по всей трубе, возникает гидравлический удар и в первый момент после закрытия клапана K_1 давление перед ним резко возрастает. Это повышение давления приводит к тому, что по трубе Tr_2

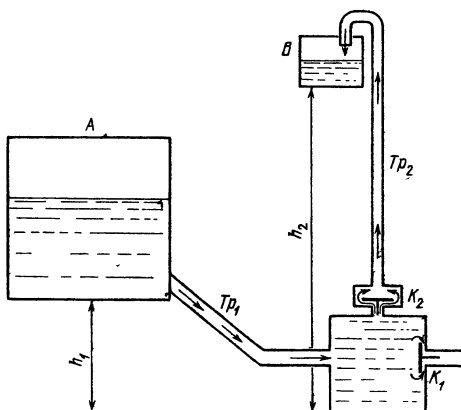


Рис. 44.

небольшое количество воды поднимается, вверх на большую высоту h_2 . Затем клапан K_1 открывается, и все повторяется сначала. Вы видите, что гидротаран способен накачивать воду в высоко расположенный резервуар В, не используя внешних источников энергии. Это выгодно отличает его от насоса, поскольку позволяет применять в неэлектрифицированных местностях. Сейчас, правда, таких мест в нашей стране почти не осталось; и гидротараны повсеместно вытеснены насосами. Но были времена, когда гидротараны использовались очень широко.

§ 2. ПОЧЕМУ НЕ РАЗРУШАЕТСЯ ЯНТАРЬ?

Загадка «солнечного камня»

Янтарь известен людям с незапамятных времен — необработанные куски янтаря иногда встречаются при раскопках стоябищ первобытных людей, относящихся к каменному веку. С ним связано огромное количество мифов, легенд, сказаний и удивительных историй. Некоторые свойства янтаря издавна привлекали внимание своей зага-

дочностью. Так, например, долгое время загадкой было само его происхождение, на способность потертого о мех янтаря притягивать к себе пылинки и легкие предметы древние греки обратили внимание еще в VII веке до н.э., а возможно, что даже раньше. Это послужило первым шагом в создании электричества. Кстати, сами термины «электричество», «электростатика», «электродинамика» и т. д. произошли от греческого названия янтаря — электрон.

В этом параграфе мы тоже попытаемся разгадать одну из загадок янтаря. А заключается она вот в чем.

Янтарь — это окаменевшая смола некоторых видов хвойных деревьев, которые росли на Земле в палеогеновый период кайнозойской эры. Главное месторождение янтаря в мире — это побережье Балтийского моря, где янтарь встречается в особой янтароносной породе — «голубой земле». Возраст прибалтийского янтаря — 35—40 миллионов лет. На протяжении многих миллионов лет море размывало янтароносную породу и янтарь попадал в воду. До сих пор волны в больших количествах выбрасывают его на берег Балтийского моря.

Но известно, что, подобно большинству природных органических соединений, янтарь имеет сравнительно малую прочность. Почему же за долгие годы пребывания в море янтарь не перетерся в порошок? Ведь море сравнительно быстро истирает даже гораздо более твердые материалы. Почему при одинаковых, казалось бы, условиях менее прочный материал разрушается медленнее, чем более прочный? Это явление кажется еще более удивительным, если сравнить числовые характеристики твердости янтаря и других материалов.

Как определяется твердость материалов?

В 1811 г. немецким минерологом Ф. Моосом была предложена десятибалльная шкала для измерения твердости минералов. В основе шкалы лежал эталонный набор из 10 минералов, в котором каждый последующий образец оставлял царапину на предыдущем. Этим минералам приписывались целые значения твердости: 1 — тальк, 2 — гипс, 3 — кальцит и т. д. (см. табл. 4). Твердость минералов определяют по шкале Мооса методом сравнения. Из шкалы выбирают эталон и проводят им по исследуемому минералу. Если эталон оставляет на минерале

Т а б л и ц а 4

Твердость по шкале Мооса	Минерал	Химический состав	Микро-твердость по Бринеллю, кгс/мм ²
1	Тальк	$Mg_3(OH)_2[Si_4O_{10}]$	2,4
2	Гипс	$CaSO_3 \cdot 2H_2O$	36
3	Кальцит	$CaCO_3$	109
4	Флюорит	CaF_2	189
5	Аппатит	$Ca(PO_4)_3(FCI)$	586
6	Ортоклаз	$K[AlSi_3O_8]$	950
7	Кварц	SiO_2	1120
8	Топаз	$Al_2F_2[SiO_4]$	1427
9	Корунд	Al_2O_3	2060
10	Алмаз	C	10060

царапину, то из шкалы берется менее твердый минерал. Эту операцию повторяют до тех пор, пока не подбирается эталон, приблизительно равный по твердости исследуемому образцу. При равенстве твердостей исследуемый образец и эталон оставляют царапины друг на друге. Если испытуемый минерал на одном из соседних эталонов оставляет царапину, а на другом нет, то твердость минерала характеризуется как промежуточная. Например, твердость магнетита 5,5 является промежуточной между твердостью аппатита и ортоклаза.

Таким образом, шкала Мооса позволяет определить относительную твердость минералов, расположить их в упорядоченный ряд. Преимуществом такого метода является его простота и оперативность, но он имеет и существенный недостаток: с числами, характеризующими твердость минералов по шкале Мооса, нельзя производить никаких алгебраических действий. Их нельзя ни подставлять в какие-либо формулы, ни получать из формул, что очень сильно ограничивает применимость шкалы для практических нужд. Поэтому впоследствии были разработаны другие методы определения твердости. Большинство из них основано на вдавливании в поверхность исследуемого вещества какого-либо эталона — стального шара в методе Бринелля, алмазной пирамиды в методе Виккерса, стального конуса или призмы в методе Роквелла. При этом величина твердости равна нагрузке, деленной на площадь отпечатка, или же обратно пропорциональна глубине отпе-

чатка при некоторой фиксированной, обычно стандартной, нагрузке. Реже пользуются динамическими методами измерения, в которых твердость определяется по высоте отскакивания стального шарика от поверхности изучаемого материала (метод Шора) или времени затухания колебаний маятника, опорой которого является исследуемый образец (метод Кузнецова — Ребиндера).

Твердость, определяемая методом вдавливания, называется микротвердостью и измеряется в кгс/мм². Для иллюстрации приведем метод определения твердости по Бринеллю. Если стальной шарик диаметром D при вдавливании в образец с силой P оставляет след в виде лунки диаметра d , то микротвердость H_B определяется по формуле

$$H_B = \frac{2P}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})},$$

причем P измеряется в кгс, а D и d — в мм.

В табл. 4 приведены числовые значения микротвердости для минералов по шкале Мооса. Твердость янтаря по шкале Мооса 2—2,5. Это значит, что его микротвердость составляет примерно 40—60 кгс/мм². А микротвердость песчинок (песок, как и кварц, имеет формулу SiO_2) в 20—30 раз больше, поэтому они должны царапать мягкий янтарь очень сильно, гораздо сильнее, чем они царапают, скажем, гранит.

О том, что янтарь подвержен истирающему действию песчинок меньше, чем гранит, говорит хотя бы тот факт, что найденный на берегу янтарь, как правило, имеет неправильную форму — менее округлую, чем гранитная галька, хотя микротвердость гранита в десятки раз больше микротвердости янтаря.

В чем же дело? Почему такой мягкий минерал многие годы проводит в бушующем море и не истирается? Оказывается, что истиранию янтаря препятствует закон Архимеда.

Янтарь и закон Архимеда

Плотность янтаря (1,0—1,1 г/см³) практически совпадает с плотностью морской воды, поэтому действующая на янтарь выталкивающая сила почти равна его весу. На рис. 45 вы видите мензурку с соленой водой, в которой янтарь плавает, не касаясь ни дна, ни стенок сосуда. В воде янтарь ничего не весит. К чему это приводит?

В книге Я. И. Перельмана «Занимательная механика» рассматривается задача о прыжках человека, привязанного к воздушному шару, грузоподъемность которого на 1 кгс меньше веса человека. Оказывается, что привязанный к такому шару человек может прыгнуть на 45 метров в высоту и на 90 метров в длину! Мы не будем приводить здесь решение этой задачи, оно есть в книге Перельмана, и эту замечательную книгу мы рекомендуем прочитать всем. Если скомпенсировать вес человека с помощью воздушного шара, то достаточно небольшого усилия, чтобы человек взлетел высоко над землей.

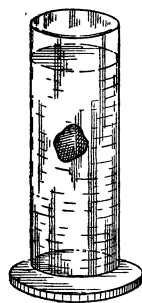


Рис. 45.

А янтарь в воде является сам себе «воздушным шаром», поскольку архимедова выталкивающая сила почти равна весу куска янтаря. Небольшая сила, действующая на янтарь, будет вызывать значительные его перемещения, т. е. янтарь будет как бы избегать контакта с другими телами. Это «избегание» и приводит к замедлению разрушения. Во взвешенном состоянии янтарь почти не давит на дно и поэтому не истирается о песок. Убедиться в этом можно с помощью следующих рассуждений.

Истирание камня при его трении о дно моря происходит потому, что от его поверхности отрывается большое количество мельчайших частиц вещества. Для отрыва таких частиц силы трения должны затрачивать энергию, поэтому совершенно очевидно, что чем больше будет работа сил трения в единицу времени W , тем быстрее происходит истирание. Истирание твердого тела мелкими частицами более твердого вещества называется абразивным истиранием, и эксперименты показывают, что при абразивном износе количество удаленного материала (например, его объем V) прямо пропорционально работе сил трения W , т. е. $V = \alpha W$. Заметим, что в более сложных случаях, когда при износе происходит приработка трущихся поверхностей и материалы трущихся тел одинаковы, износ может носить и нелинейный характер, но в нашем случае износ является типично абразивным и зависимость V от W можно считать линейной. Итак, работа сил трения W однозначно определяет объем истершегося материала. Вычислим, как W зависит от плотности камня ρ . Для простоты вычислений будем считать, что камень имеет форму куба.

Пусть куб с ребром a из вещества плотности ρ скользит, не переворачиваясь по песчаному дну, увлекаемый потоком воды, который имеет скорость v . В разделе «Почему капля «камень точит»?» доказано, что полная сила давления струи воды на неподвижную пластину, перпендикулярную к направлению движения воды, пропорциональна площади пластинки и квадрату скорости течения воды *):

$$F = ka^2 v^2. \quad (1)$$

Если куб равномерно движется по течению со скоростью v_k , то сила G , действующая на его боковую грань со стороны воды, будет равна

$$G = ka^2(v - v_k)^2. \quad (2)$$

При равномерном движении эта сила уравнивается силой трения $F_{тр}$ о дно, причем

$$F_{тр} = \mu F_d, \quad (3)$$

где μ — коэффициент трения камня о песок, а F_d — сила давления, равная разности веса камня $\rho g a^3$ и архимедовой выталкивающей силы $\rho_0 g a^3$ (ρ_0 — плотность воды). Итак, $G = F_{тр}$ или

$$ka^2(v - v_k)^2 = \mu(\rho - \rho_0)ga^3. \quad (4)$$

Из этого соотношения можно найти скорость установившегося движения камня

$$v_k = v - \sqrt{\frac{\mu}{k}(\rho - \rho_0)ga}. \quad (5)$$

Работа сил трения в единицу времени W равна произведению силы трения на путь, проходимый телом в единицу времени. Но путь, проходимый телом в единицу времени, есть не что иное, как скорость, поэтому $W = F_{тр}v_k$

$$W = \mu(\rho - \rho_0)ga^3 \left(v - \sqrt{\frac{\mu}{k}(\rho - \rho_0)ga} \right). \quad (6)$$

Это и есть искомая формула. Чем больше W , тем больше будет скорость истирания камня. Нетрудно видеть, что при $\rho = \rho_0$, $W = 0$, т. е. сила трения работы не совершает и вещества, плотность которых равна плотности воды, о дно истираться не будут.

*) При малой скорости v , когда существенна вязкость жидкости, $F \sim v$, а не v^2 .

Обратите внимание, что при больших p для скорости v_k и, соответственно, для W наши формулы дают отрицательные значения. Нет ли тут ошибки? Конечно, нет. Надо просто внимательно посмотреть на соотношения (3) и (4). Эти формулы требуют, чтобы сила G давления потока воды на камень всегда была равна максимальному значению силы трения. Но если камень лежит на месте, то действующая сила трения является силой трения покоя и может иметь значение меньше, чем максимальное.

Поэтому формулы (3) и (4) не описывают ситуации в том случае, если камень лежит неподвижно. Отсюда и возникли недоразумения с отрицательными скоростями. Так, согласно формулам (3) и (4), для того чтобы сила G стала равной максимальной силе трения покоя, камень должен двигаться *навстречу* потоку.

Таким образом, формула (5) является правильной только тогда, когда полученное значение скорости потока v является положительным. При тех значениях параметров, при которых v из формулы (5) получается отрицательным, камень просто лежит на месте. При этом работа W тоже равна нулю.

Так формула (6), выражающая работу сил трения в единицу времени, дает ответ на вопрос, поставленный в заглавии этого параграфа.

§ 3. ПОЧЕМУ БОЛОТО «ЗАСАСЫВАЕТ»?

Об одном опасном свойстве трясины

Кроме чисто теоретического интереса, изучение физических процессов, происходящих на болоте, имеет огромное практическое значение: на болотах гибнет много людей, которые могли бы остаться в живых, если бы они были лучше осведомлены о коварных свойствах трясины. А свойства эти действительно очень коварны. Трясина подобна хищнице. Она по-разному реагирует на попадающие в нее живые и неживые объекты: не трогает мертвое, но засасывает все живое. Это свойство трясины заслуживает особого внимания и будет интересоваться нас в первую очередь. Для начала опишем его подробнее.

В первом приближении трясину можно считать жидкостью. Поэтому на попавшие в нее тела должна действовать архимедова выталкивающая сила. Это действительно так, и предметы даже большой плотности, превышающей

плотность человеческого тела, в трясине не тонут. Но стоит попасть в нее человеку или другому живому существу — и их «засосет», т. е. они целиком погрузятся в трясину, хотя их плотность меньше плотности не тонущих в трясине предметов.

Спрашивается, почему трясина ведет себя столь неожиданным образом? Как она отличает живые объекты от неживых?

Чтобы ответить на эти вопросы, нам придется довольно подробно остановиться на изучении физических свойств трясины.

Физические свойства трясины

Прежде всего необходимо отметить, что слово «трясина» описывает нечеткий объект. В зависимости от происхождения, состава, степени разложения органических веществ, водного режима, засоленности и т. д. в книгах по мелиоративному земледелию различают более 40 видов болот, поэтому физические свойства болотных почв варьируются в очень широких пределах, и приводимые ниже численные значения следует рассматривать как приближенные.

Перейдем теперь к рассмотрению тех физических свойств трясины, которые играют решающую роль в интересующих нас процессах. Мы начнем с плотности ρ . Как известно, плотностью называется масса единицы объема вещества и именно от нее зависит величина архимедовой выталкивающей силы, действующей на погруженное в жидкость тело. Выталкивающая сила направлена вертикально вверх и ее значение можно найти по формуле $F_A = \rho g V$, где ρ — плотность жидкости, g — ускорение силы тяжести, V — объем той части тела, которая погружена в жидкость. Плотности различных видов болотных почв колеблются в пределах 1,2—2,6 г/см³. Обратите внимание на то, что плотность трясины больше плотности воды и при одинаковой степени погружения трясина будет выталкивать тело с большей силой, чем вода.

Следующая важная характеристика болотных почв — это липкость, т. е. способность почвы во влажном состоянии прилипать к поверхности вводимых в нее предметов: рабочим частям почвообрабатывающих орудий, колесам машин и т. д. Это прилипание вызывается так называемыми адгезионными силами — силами взаимного притяжения молекул на соприкасающихся поверхностях. Про-

является липкость тогда, когда сцепление между почвенными частицами становится меньше того, которое возникает между почвой и соприкасающимися с нею предметами. Необходимо подчеркнуть, что липкость является характеристикой именно почвы (это прочность почвы на разрыв), а не контакта «почва — предмет», поэтому липкость не зависит от материала вводимого в почву образца, если, конечно, почва вообще прилипает к образцу.

Липкость принято измерять усилием в гс/см^2 , требующимся для отрыва от почвы прилипшего к ней предмета. Для определения липкости используются приборы Боуя-коса, Шоппера, Охотина, Розена, Качинского.

Липкость почвы зависит от ее влажности и состава — например, при повышении содержания натрия в почве липкость ее увеличивается. Липкость предельно липких почв составляет примерно 80 гс/см^2 , но обычно она имеет значение в несколько раз меньшее — так, для сырого песка значение липкости порядка $0,5 \text{ гс/см}^2$.

Не следует путать липкость с поверхностным натяжением — это разные величины, имеющие разный физический смысл и разную размерность. Конечно, они связаны между собой, но углубляться в этот вопрос мы не будем, поскольку поверхностное натяжение играет в интересующих нас процессах пренебрежимо малую роль. Действительно, поверхностное натяжение трясины ненамного отличается от поверхностного натяжения воды, и нетрудно подсчитать, что обусловленные им силы оказываются порядка $7\text{—}10 \text{ гс/см}$. Это значительно меньше других сил (веса и архимедовой силы), действующих на тело, погруженное в трясину, поэтому поверхностное натяжение мы в дальнейшем учитывать не будем.

Нам осталось рассмотреть еще одну характеристику болотных почв — вязкость. Это свойство будет играть центральную роль во всех дальнейших рассуждениях, и разговор о нем будет настолько сложным, что ему придется посвятить отдельный раздел.

Что такое вязкость?

Поместим тонкий слой жидкости между двумя параллельными плоскими пластинами, расположенными на расстоянии Δl друг от друга. Если к верхней пластине приложить силу в касательном направлении, то она начнет двигаться относительно неподвижной нижней. При этом слои жидкости станут скользить друг

относительно друга: вблизи нижней пластины скорость частиц жидкости будет мала, а вблизи верхней — почти равна скорости этой пластины. Эта ситуация изображена на рис. 46.

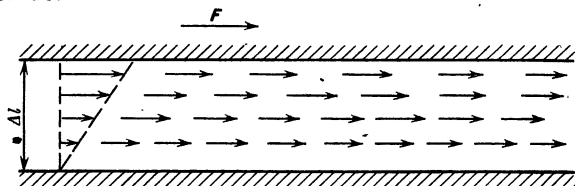


Рис. 46.

При движении слоев жидкости относительно друг друга в жидкости возникают силы внутреннего трения. Количественной характеристикой этих сил является коэффициент вязкости η , который для краткости мы будем называть просто вязкостью. Что это за величина?

Если на верхнюю пластину в касательном направлении действует сила F , то скорость пластины будет возрастать до тех пор, пока действующая на нее со стороны жидкости сила трения не уравновесит силу F . Дальнейшее движение будет равномерным со скоростью v . Коэффициент пропорциональности между $v/\Delta l$ и напряжением τ (напряжением называется сила, действующая в касательном направлении на единицу площади верхней пластины, $\tau = F/S$) и есть вязкость:

$$\tau = \eta \frac{v}{\Delta l}. \quad (1)$$

Таким образом, чем больше вязкость, тем большее напряжение надо приложить к верхней пластине, чтобы достигнуть заданной скорости v установившегося движения.

Преобразуем теперь соотношение (1). Заметим для этого, что

$$v = \Delta x / \Delta t, \quad (2)$$

где Δx — смещение верхней пластины относительно нижней за время Δt . Поэтому

$$\tau = \eta \frac{v}{\Delta l} = \eta \frac{\Delta x}{\Delta l \Delta t} = \eta \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{\Delta x}{\Delta l} \right). \quad (3)$$

А что такое $\Delta x / \Delta l$? Это тангенс угла $\Delta \gamma$, изображенного на рис. 47. $\Delta \gamma$ — угол, на который смещается точка A за время Δt .

При малых Δx угол $\Delta \gamma$ тоже мал, а известно, что тангенсы малых углов приблизительно равны по величине самим углам (углы при этом надо измерять в радианной мере), и поэтому соотношение (3) записывается в виде

$$\tau = \eta \frac{\Delta \gamma}{\Delta t}. \quad (4)$$

Уравнение (4), устанавливающее связь между напряжением и скоростью изменения угла, называется реологическим

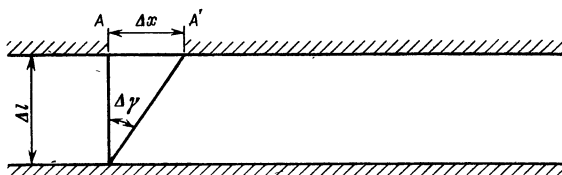


Рис. 47.

уравнением, а график зависимости между напряжением τ и скоростью сдвига $\Delta \gamma / \Delta t$ называется реологической кривой.

Для многих жидкостей вязкость зависит только от температуры и давления, но не зависит от скорости изменения угла $\Delta \gamma / \Delta t$, поэтому их реологическая кривая является прямой, проходящей через начало координат (рис. 48). Такие жидкости называются ньютоновскими; к ним относятся вода, бензин, спирт, глицерин и многие другие. Однако существуют жидкости, для которых реологическая кривая не есть прямая, проходящая через начало координат. Такие жидкости называются неньютоновскими и их возможные реологические кривые изображены на рис. 49.

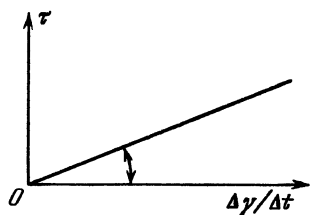


Рис. 48.

Реологическая кривая I будет интересовать нас больше всего. Она описывается реологическим уравнением

$$\tau = \eta_p (\Delta \gamma / \Delta t) + \tau_0, \quad (5)$$

которое называется уравнением Бингама — Шведова (Ф. Н. Шведов предложил его в 1889 г., Б. Бингам —

в 1916 г.). Коэффициент η_p в формуле (5) называется пластической вязкостью, а τ_0 — критическим напряжением.

Те неньютоновские жидкости, которые имеют реологическую кривую 1 (рис. 49) и описываются уравнением Бингама — Шведова (5), называются бингамовскими жидкостями. К ним относятся масляные краски, некоторые

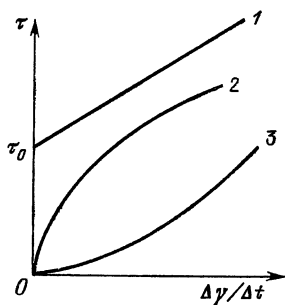


Рис. 49.

смолы, лаки, суспензии типа глинистых паст и буровых растворов, а также некоторые типы болотных почв. Вот здесь начинаются интересные для нас вещи.

Реологическая кривая 1 на рис. 49 и ее уравнение (5), записанное в виде

$$\Delta\gamma/\Delta t = (\tau - \tau_0)/\eta_p,$$

позволяют понять основную особенность бингамовских жидкостей. Она заключается в том, что такие вещества при малых напряжениях не текут. До тех пор пока сдвиговое напряжение τ не превысит критического значения τ_0 , бингамовская жидкость сопротивляется сдвигу как твердое тело. Но как только τ превысит предел текучести τ_0 — бингамовская жидкость потечет как обычная ньютоновская жидкость. Если напряжение снова уменьшить — течение опять прекратится. Трясина является бингамовской жидкостью, и именно это обстоятельство делает ее столь опасной. То что она по-разному реагирует на попадающие в нее живые и неживые объекты, тоже обусловлено именно ее бингамовскими свойствами. Давайте посмотрим, чем плавание тел в ньютоновских жидкостях отличается от плавания в бингамовских.

О плавании тел в ньютоновских жидкостях

«Ах, зачем я так ревела! — подумала Алиса... «Вот глупо будет, если я утону в собственных слезах!»

Л. Кэрролл. «Приключения Алисы в Стране Чудес»

Рассмотрим сначала, как плавает тело в ньютоновских жидкостях, например в воде. Поднесем к поверхности воды тело, плотность которого меньше ее плотности, и отпустим его. Через некоторое время установится состояние равновесия: тело будет погружено до такого уровня, при котором архимедова выталкивающая сила в точности равна весу тела. Это состояние равновесия является устойчивым — если на тело подействовать внешней силой и утопить его глубже (или наоборот, приподнять вверх), то после прекращения действия силы оно вернется в прежнее положение. Уровень погружения, при котором архимедова сила равна весу, мы будем называть уровнем нормального погружения.

Обратите ваше внимание на то, что уровень нормального погружения определяется только соотношением плотностей и не зависит от вязкости жидкости. Если бы болотная трясина была просто ньютоновской жидкостью с большой вязкостью, она была бы не очень опасна. При разумном поведении на ее поверхности можно было бы держаться довольно долго. Вспомните, как ведут себя уставшие пловцы, если они хотят отдохнуть прямо в воде? Они переворачиваются на спину, раскидывают руки и лежат, не двигаясь, столько, сколько хотят. Поскольку плотность воды меньше плотности трясины, то аналогичным образом можно было бы долго лежать на поверхности трясины, и вязкость этому особо не мешала бы. Можно было бы не торопясь обдумать ситуацию, принять наилучшее решение, попытаться осторожно грести руками, стараясь попасть к твердому месту (вот тут вязкость была бы помехой!), наконец, просто ждать помощи. Выталкивающая сила надежно держала бы человека на поверхности болота: если в результате неосторожного движения человек погрузился бы ниже уровня нормального погружения, архимедова сила все равно вытолкнула бы его обратно.

К сожалению, в действительности все обстоит гораздо хуже. У человека, попавшего в трясину, нет времени ни

на размышления, ни, тем более, на ожидание. Трясина является неньютоновской жидкостью и ее бингамовские свойства принципиально меняют ситуацию.

О плавании тел в бингамовских жидкостях

Не успели они отплыть немного, как одно весло завязло в воде и ни за что не желало вылезать.

Л. Кэрролл «Алиса в Зазеркалье»

Поднесем тело к поверхности бингамовской жидкости и опустим его. Если тело достаточно легкое и оказываемое им давление мало, то может случиться так, что возникающие в жидкости напряжения будут меньше порога текучести τ_0 , и жидкость будет вести себя как твердое тело. То есть предмет может стоять на поверхности жидкости и не погружаться.

С одной стороны, это вроде бы хорошо. Именно благодаря этому свойству вездеходы с малым давлением на грунт легко преодолевают непроходимые для человека болота. Да и человек, с помощью специальных «болотных лыж» или мокроступов может снизить давление на почву и чувствовать себя на болоте в относительной безопасности. Но у этого явления есть и другая сторона. Уже сам факт того, что погружение тела прекращается при наличии неравенства веса и архимедовой силы, настораживает — все происходит не так, как обычно. Представим себе, что вес нашего тела достаточно велик и оно начнет погружаться. До каких пор будет происходить это погружение? Ясно, что не до тех, когда архимедова сила сравняется с весом. При погружении тела архимедова сила будет частично компенсировать вес, давление на почву будет уменьшаться и наступит момент, когда напряжения вновь станут меньше τ_0 . При этом бингамовская жидкость перестанет течь и тело остановится *раньше*, чем архимедова сила станет равна весу. Такое состояние, когда архимедова сила меньше веса, но дальше тело не погружается, называется состоянием недопогружения (рис. 50, а).

А теперь будем внимательны, начинается самое главное. Если в жидкости возможны состояния недопогружения, то по тем же причинам возможны и состояния перепогружения, в которых архимедова сила больше веса, но тело не всплывает (рис. 50, в). Помните, что происходило в ньютоновской жидкости? Если в результате каких-либо действий человек опускался ниже уровня нормального

погружения, то архимедова сила становилась больше веса и возвращала его обратно. В бингамовской жидкости ничего аналогичного (при достаточно большом τ_0) не происходит. Погрузившись в результате каких-либо неосторожных действий, вы уже не всплывете обратно, а будете находиться в перепогруженном состоянии. Процесс

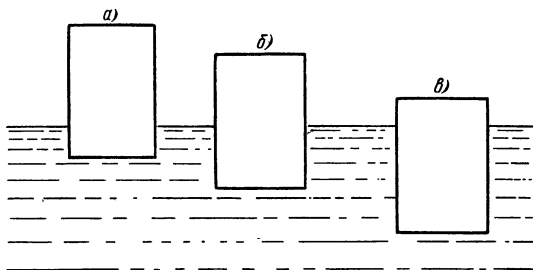


Рис. 50.

«утопания» в трясине оказывается необратимым. Теперь мы можем придать более точный смысл слову «засасывание». Оно означает стремление трясины утопить живые объекты ниже уровня нормального погружения — в перепогруженное состояние.

Нам осталось совсем немного — разобраться, почему болотная трясина засасывает, т. е. увлекает в перепогруженное состояние только живые объекты.

Причины перепогружения

Живые объекты перепогружаются потому, что, попав в трясину, они движутся, т. е. изменяют взаимное расположение частей своего тела. Это ведет к перепогружению по четырем причинам.

Причина первая. Представьте, что у вас в руках тяжелый груз и вы начинаете его поднимать. Чтобы сообщить ему ускорение вверх, вы должны подействовать на него с силой, превосходящей вес этого тела. В соответствии с третьим законом Ньютона сила, действующая на ваши руки со стороны груза, тоже будет больше его веса. Поэтому сила, с которой ваши ноги давят на опору, увеличится. Если вы стоите в трясине, то попытка поднять груз, который вы держите в руках, приведет к тому, что ноги утонут в трясине глубже.

А если груза в руках нет? Принципиальной стороны дела это не меняет — рука имеет массу, и поэтому сама является грузом. Если вы находитесь на уровне нормального погружения, то попытка просто поднять руку приведет к перепогружению. В данном случае перепогружение будет очень незначительно, но оно будет необратимым, и многократные движения могут привести к перепогружению на большую величину.

Причина вторая. Трясина имеет большую липкость, и чтобы оторвать, например, руку от поверхности трясины, нужно приложить силу. При этом давление на опору возрастает и будет происходить перепогружение.

Причина третья. Трясина является вязкой средой и оказывает сопротивление движущимся в ней предметам. Если вы попытаетесь вытащить увязшую руку, то при ее движении вы должны будете преодолеть силы вязкости, и давление на опору возрастает. Снова произойдет перепогружение.

Причина четвертая. Все вы хорошо знаете, что при выдергивании ноги из грязи слышен характерный хлюпающий звук — это атмосферный воздух заполняет оставленный ногой след. Как вы думаете, почему такого звука не слышно при вытаскивании ноги из воды? Ответ достаточно очевиден — вода имеет малую вязкость, течет быстро и успевает заполнять пространство под движущейся вверх ногой. Грязь имеет гораздо большую вязкость и силы, препятствующие перемещению одних слоев относительно других, для нее больше. Поэтому грязь течет медленно и не успевает заполнять пространство под ногой. Там образуется «пустота» — область пониженного давления, не занятая почвой. При вытаскивании ноги из грязи эта область сообщается с атмосферой, в нее врывается воздух и в результате слышен тот самый звук, о котором мы говорили раньше.

Таким образом, наличие хлюпающего звука говорит о том, что при попытке освободить увязшую в грязи ногу приходится преодолевать не только силы, обусловленные липкостью и вязкостью, но и силы, связанные с атмосферным давлением.

При резких движениях человека, попавшего в трясину, под перемещающимися в трясине частями тела будут возникать области пониженного давления, и атмосферное давление будет с большой силой давить на человека вниз, затапливая его в перепогруженное состояние.

Совместное действие всех четырех причин приводит к следующему эффекту: изменение формы попавшего в трясины тела ведет к его перепогружению.

Теперь нам многое стало ясно. Неживые тела при попадании в трясины не изменяют своей формы и причины для их перепогружения отсутствуют. Такие тела трясина не засасывает, они, попав в трясины, останутся в состоянии недопогружения. А живые существа, попав в трясины, начинают бороться за свою жизнь, барахтаться, что сразу приводит к их перепогружению. Это и есть «засасывание». Ответ на вопрос, поставленный в самом начале этого параграфа, получен. Однако теперь этого мало! Хочется узнать, как же все-таки спастись, как использовать результаты нашего рассмотрения для выработки практических рекомендаций тем, кто попал в трясины.

Увы, но в этом направлении удастся сделать гораздо меньше, чем хотелось бы. Если не рассматривать фантастических и полуфантастических проектов («мгновенно надувающийся воздушный шар, вытаскивающий человека из трясины», «вещество, вызывающее отвердевание болота» *) и т. д.), то ситуация выглядит безрадостной.

Можно ли спастись, попав в трясины?

Казалось бы, что если человек будет стараться вести себя, как неживой предмет (совершенно перестанет двигаться), то он сможет держаться на поверхности трясины сколь угодно долго. Такая надежда не оправдывается по одной простой причине: при всем своем желании человек не двигаться не может. Он должен дышать. Эта потребность приводит к необходимости изменять форму тела (при вдохе грудная клетка расширяется), поэтому состояние полной неподвижности оказывается для человека невозможным.

И человек, попавший в трясины, оказывается в исключительно сложном положении. Не двигаться невозможно, а любое движение приводит к опусканию в перепогруженное состояние, из которого назад дороги нет. Если учесть, что из-за все тех же бингамовских свойств плавать в

*) В романе Курта Воннегута «Колыбель для кошки» по заказу «вечно вязнувшей в грязи американской морской пехоты» физик Феликс Хоникер изобрел вещество («лед-девять»), вызывающее замерзание и отвердевание грязи. Однако в действительности идея «борьбы с болотом» посредством изменения его свойств в настоящее время выглядит малоперспективной.

трясине, как правило, нельзя, то для спасения остается только один путь — дотянуться до какой-нибудь твердой опоры: куста, дерева, твердой кочки, крепкого травяного покрова. Никаких других способов предотвратить засасывание автор предложить не может.

Разумеется, можно дать некоторые самые общие рекомендации, которые позволят замедлить процесс погружения в трясину.

1. Старайтесь не испугаться и не делайте резких хаотических движений.

2. Хладнокровно оцените ситуацию и выберите ближайшую точку, которую можно использовать как опору.

3. Помните, что всякое движение ведет к перепогружению и поэтому двигаться надо осторожно и целенаправленно.

4. Старайтесь меньше шевелить ногами.

Еще раз повторим, что попытка следовать этим советам может только замедлить процесс погружения, но не может предотвратить его. Поэтому лучший совет, который можно дать, — избегайте болот. Вы уже достаточно много знаете о том, насколько опасна трясина.

Если же по каким-то причинам возникла необходимость пересечь болото, то не ходите в одиночку. Идите с напарником. Обязательно вырубите себе шест — им удобно проверять надежность почвы на своем пути, а кроме того, он может сыграть роль твердой опоры, если вы неожиданно провалитесь.

Профессионалы — геологи, геодезисты, биологи — и опытные туристы по местоположению болота и его внешнему виду довольно точно могут определить, проходимо болото или нет. Это — сложное искусство, и мы не имеем возможности детально останавливаться на приметах, которыми они руководствуются, здесь очень важен личный опыт. Однако самые общие признаки болот различной проходимости привести целесообразно.

Болото пройти можно:

1) если его покрывают густые травы попеременно с осокой;

2) если на болоте видна поросль сосны;

3) если болото покрыто сплошной порослью мха и толстым слоем (до 30 см) очесов — старого, разложившегося мха.

Болото пройти трудно:

1) если на нем среди мха попадаются частые лужицы застойной воды;

2) если на болоте растет пушица — трава, на которой после цветения остаются, подобно одуванчикам, головки пуха;

3) если болото поросло кустарником, ивой, ольхой, елью или березой.

Болото пройти почти невозможно:

1) если оно покрыто камышом;

2) если по болоту плавают травяной покров.

Тем не менее старайтесь по возможности вообще избегать болот. Автор надеется, что после ознакомления со свойствами трясины, читатель отнесется к этому совету с полной серьезностью.

Вернемся к физике

В заключение хотелось бы привлечь внимание читателя к некоторым вопросам, связанным с разделением веществ на твердые тела и жидкости. Обычно в школьном курсе физики твердыми телами называют тела, имеющие определенную форму, которую они сохраняют при внешних воздействиях. Жидкостями же называют тела, принимающие форму заключающего их сосуда. Существуют и другие отличия между жидкостями и твердыми телами (например, они по-разному проводят звук), но все же главными определяющими признаками являются текучесть и упругость.

Обратите ваше внимание на то, что этими, казалось бы, взаимоисключающими друг друга свойствами вещество может обладать одновременно. Иными словами, разделение веществ на жидкости и твердые тела является условным. Существуют тела, которые нельзя отнести ни к жидкостям, ни к твердым телам и которые занимают промежуточное положение.

Возьмите, например, бингамовскую жидкость. При $\tau_0 = 0$ это обычная ньютоновская жидкость. Если $\tau_0 \neq 0$, но очень мало, бингамовская жидкость будет течь почти так же, как и ньютоновская. А если τ_0 будет постепенно возрастать? Бингамовская жидкость будет все больше и больше приближаться по своим свойствам к твердому телу. Нечто похожее наблюдается при затвердевании строительного раствора: жидкость постепенно превращается в твердое тело.

Существует и другая возможность плавного перехода от жидкости к твердому телу, которая связана с изменением не τ_0 , а других характеристик вещества.

§ 4. ЖИДКОСТЬЮ ИЛИ ТВЕРДЫМ ТЕЛОМ ЯВЛЯЕТСЯ СМОЛА?

В предыдущем разделе мы уже говорили, что основным признаком, отличающим жидкости от твердых тел, является текучесть. Она проявляется в том, в частности, что жидкости всегда принимают форму заключающих их сосудов. В противоположность этому, твердые тела сопротивляются внешним воздействиям и стремятся сохранить свою форму неизменной. Казалось бы, что текучесть и упругость полностью исключают друг друга и про данное вещество всегда можно сказать, жидкостью или твердым телом оно является. Однако еще в прошлом веке было установлено, что такое представление является ложным и что четкой границы между жидкостями и твердыми телами не существует. Вещество может быть текучим и упругим одновременно, и в свое время осознание этого факта вызвало огромное удивление.

Впервые предположение о возможности существования таких веществ высказал великий английский физик Джеймс Клерк Максвелл (1831—1879). Молекулярной теории таких тел он не рассматривал, а пользовался для описания их свойств механическими моделями. Давайте, следуя его примеру, попытаемся построить несколько моделей для демонстрации поведения различных веществ. Свойства твердого тела мы будем моделировать с помощью пружины (рис. 51, а). Если к пластине А, прикрепленной к верхней части пружины, приложить силу F , то

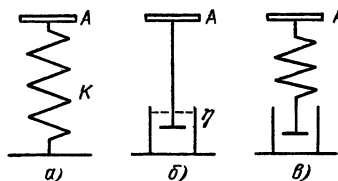


Рис. 51.

пружина сожмется, но после прекращения действия силы вернется в прежнее состояние, моделируя тем самым упругие свойства твердого тела. Аналогично свойства жидкости моделируются с помощью системы, состоящей из поршня и сосуда с вязкой жидкостью (рис. 51, б). Если на поршень подействовать с некоторой силой, то он будет перемещаться, но после прекращения действия силы в прежнее положение не вернется.

Соединим теперь пружину с поршнем так, как показано на рис. 51, в. Если такую систему поместить в «черный ящик», то исследователь, который попытается отнести содержимое ящика к разряду жидкостей или твердых

тел, окажется в трудном положении, так как обнаружит, что содержимое ящика является одновременно и упругим, и текучим.

Рассмотрим более подробно реакцию системы, изображенной на рис. 51, в, на внешнее воздействие. Что будет происходить, если пластинку A , прикрепленную к верхнему концу пружины, мгновенно переместить вниз на расстояние Δx ? Очевидно, что пружина будет действовать на пластинку с силой $F_0 = k\Delta x$, где k — жесткость пружины. Но с такой же силой пружина будет действовать и на поршень. Под действием силы поршень начнет двигаться вниз, пружина при этом будет удлиняться, и сила, с которой она действует на пластинку A , будет уменьшаться от максимального значения до нуля. Зависимость действующей на пластинку силы от времени имеет вид $F(t) = F_0 e^{-t/\tau}$, где τ — параметр, который называется временем релаксации *) и определяется жесткостью пружины k и вязкостью жидкости η . За время релаксации τ сила, действующая на пластинку A , уменьшится в $e = 2,71828...$ раз. Таким образом, для «быстрых» сил, время изменения которых меньше времени релаксации, главную роль будут играть упругие эффекты: система будет сопротивляться им как твердое тело. На «медленные» силы, время изменения которых больше времени релаксации, система будет откликаться как жидкость.

Вещества, которые реагируют на внешние воздействия подобно нашей системе, называются упруговязкими жидкостями. К их числу относится, например, каменноугольная смола. Если при комнатной температуре исследовать образец из смолы в течение нескольких минут, то его можно принять за твердое тело — он сохраняет свою форму и обладает упругостью. Однако если положить этот образец на наклонную плоскость и подождать день или два, то можно увидеть, что смола течет, т. е. ведет себя как жидкость. Время релаксации смолы очень сильно зависит от температуры и может принимать значения от нескольких минут до нескольких месяцев и лет.

Таким образом, смола не является ни жидкостью, ни твердым телом, а занимает промежуточное положение между ними.

*) Релаксацией называется процесс перехода системы в состояние равновесия.

ТЕПЛОТА

§ 1. ЧТО ДЕЛАЮТ ВОРОНЫ НА ЛЬДУ?

О загадочном поведении птиц

На ель Ворона взгромоздясь,
Позавтракать было совсем уж
собралась.

И. А. Крылов. «Ворона и Лисица»

Никого не удивляют птицы, сидящие на дереве,— где же им еще сидеть. Но если в сильные холода вы бывали поблизости от рек и озер, то наверняка обратили внимание на птиц, сидящих на льду. Как вы думаете, что они там делают? Рыбу они не ловят, питаться на льду им нечем, а отдыхать удобнее и безопаснее на деревьях. Никаких видимых причин для такого странного поведения вроде бы нет. Но иногда пернатых на льду собирается так много, что отпадают всякие сомнения в том, что прилетают они сюда неспроста и что-то им на льду все-таки надо.

Чем объяснить такое непонятное поведение? Что гонит птиц на лед?

Разгадка

...Пора узнать, что в мироздании,
Куда ни обратиться,— вопрос, а не ответ.

А. А. Фет.

Оказывается, что в борьбе за существование птицы научились использовать в своих интересах законы физики. Речь идет не о том очевидном обстоятельстве, что при формировании птичьего крыла природа опиралась на законы аэродинамики. Гораздо более интересно и неожиданно то, что птицы *знают* о законах физики намного больше, чем это можно было бы предположить заранее. В частности, они имеют некоторое представление о том, что происходит при фазовых переходах, и активно эти знания используют.

Известно, что для того, чтобы превратить в воду 1 г льда, находящегося при 0°C , необходимо затратить около 80 калорий теплоты. Эта теплота называется удельной теплотой плавления и расходуется на разрушение кристаллической структуры льда. А что будет происходить при обратном процессе? Нетрудно сообразить, что при восстановлении кристаллической структуры то тепло, которое потребовалось ранее для ее разрушения, выделится обратно. Таким образом, при замерзании 1 г воды в окружающую среду выделяется те же 80 калорий, которые необходимы для плавления 1 г льда. Много это или мало — 80 калорий?

Для нагревания 1 г воды на 1°C нужна 1 кал теплоты, поэтому если все тепло, которое выделяется при замерзании 1 г воды, сообщить другому грамму, то его температура возрастет на 80°C . Разумеется, такого повышения температуры воды вблизи тающего льда никогда не произойдет хотя бы потому, что в замкнутой системе тепло никогда не передается от холодного тела к горячему. Тем не менее эта цифра дает некоторое представление о количественной стороне дела, и становится ясно, что же делают на льду птицы. Они там греются!

Для того чтобы лучше понять птиц, стремящихся согреться на льду, попытаемся хотя бы приблизительно оценить температурный эффект, к которому приводит выделение тепла при замерзании воды. Эта задача является довольно сложной, поэтому мы разобьем ее решение на несколько этапов. Сначала мы найдем количество теплоты, которое выделяется при замерзании льда. Затем мы рассмотрим вопрос о том, как распределяется эта теплота между участвующими в процессе средами — сколько получает вода, сколько забирает лед и сколько достается воздуху. Зная количество теплоты, которое получает воздух, можно будет оценить интересующий нас температурный эффект.

Таков план наших дальнейших действий. Приступим к его реализации.

Сколько тепла выделяется при образовании льда?

Предположим, что поверхность воды покрыта горизонтальным слоем льда, толщина которого всюду одинакова и равна h (рис. 52, а). Выделим на поверхности льда участок площади S и найдем количество

теплоты Q , которое выделяется на этом участке за небольшой промежуток времени Δt благодаря замерзанию льда. Количество теплоты Q можно найти по формуле

$$Q = \lambda m, \quad (1)$$

где λ — удельная теплота плавления льда, равная 79,8 кал/г ($334 \cdot 10^3$ Дж/кг), а m — масса нового льда,

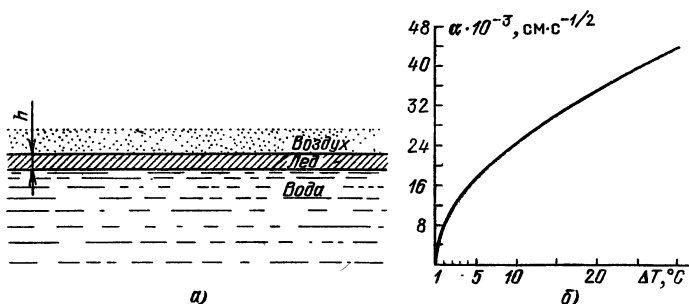


Рис. 52.

который образуется за время Δt на нашем участке. Для нахождения массы m используем соотношение

$$m = \rho V, \quad (2)$$

где ρ — плотность льда, равная 0,92 г/см³, а V — объем образующегося за время Δt льда.

Пусть при замерзании воды толщина льда h увеличивается со скоростью u . Тогда за время Δt она возрастет на величину

$$\Delta h = u \Delta t,$$

и объем V будет равен

$$V = \Delta h S = Su \Delta t. \quad (3)$$

Объединяя (1), (2) и (3), получим, что

$$Q = \lambda \rho S u \Delta t. \quad (4)$$

Таким образом, задача о вычислении количества теплоты свелась к нахождению скорости роста толщины льда.

С какой скоростью растет толщина льда?

- Так это известная задача.
- А как она решается?
- Да нет! Условие известное, а решения я не знаю.

А. Мигл. «Диалоги»

Нахождение скорости u роста толщины льда является трудной проблемой. Она рассматривается в курсах математической физики и называется задачей Стефана, задачей о фазовом переходе или задачей о промерзании. Из-за математических трудностей ход решения этой задачи, к сожалению, невозможно перевести на понятный школьнику язык. Немного позднее мы получим приближенное решение этой задачи с помощью простых средств, а пока давайте временно встанем на такую точку зрения.

В данном случае нам в конце концов не так уж и важно знать, каким способом получено решение. Нам нужен ответ! А он оказывается очень простым. Если считать, что температура воздуха на поверхности льда постоянна и отрицательна, а температура воды подо льдом 0°C по всему ее объему, то зависимость толщины льда от времени имеет вид

$$h = \alpha\sqrt{t}, \quad (5)$$

где α — параметр, зависящий от температуры воздуха на поверхности льда, но не зависящий от толщины льда и времени (рис. 52, б). При такой зависимости толщины льда h от времени скорость роста u этой толщины оказывается равной

$$u = \alpha^2/2h. \quad (6)$$

Тот, кто уже умеет дифференцировать, сможет легко проверить эту формулу с помощью цепочки равенств:

$$u = dh/dt = d(\alpha\sqrt{t})/dt = \alpha/2\sqrt{t} = \alpha^2/2\alpha\sqrt{t} = \alpha^2/2h, \quad (7)$$

а остальным придется поверить на слово.

Итак, количество теплоты, которое выделится за время Δt на участке S , можно найти по формуле

$$Q = \lambda \rho S \frac{\alpha^2}{2h} \Delta t. \quad (8)$$

Первый этап закончен. Перейдем теперь ко второму этапу намеченной ранее программы. Напомним, что для

нахождения температурного эффекта нам надо узнать количество теплоты, получаемое воздухом, а для этого предварительно необходимо установить, какую часть от общего количества теплоты Q забирают вода и лед.

Сколько тепла получает вода?

Найти количество теплоты, получаемое водой, очень легко. Для этого надо воспользоваться законом, который описывает распространение тепла в пространстве. Он называется законом Фурье и формулируется следующим образом: количество теплоты q , переданное за время Δt слоем вещества толщины Δl с площади S при поддержании на его плоскостях разности температур ΔT , определяется соотношением

$$q = k(\Delta T / \Delta l) S \Delta t, \quad (9)$$

где k — коэффициент теплопроводности данного вещества (рис. 53).

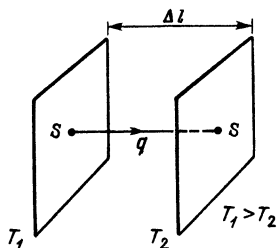


Рис. 53.

Другими словами, закон Фурье позволяет найти, какое количество теплоты передает более нагретый участок плоскости менее нагретому параллельному участку, если известны

разность их температур и свойства (коэффициент теплопроводности) разделяющей их среды. С помощью этого закона легко установить, что вода совершенно не забирает тепла, выделяющегося при замерзании льда. Действительно, для любых горизонтальных слоев воды $\Delta T = 0$ (при выводе формулы (5) предполагалось, что температура воды подо льдом равна 0°C по всему объему), поэтому из формулы (9) следует, что поток тепла от одного слоя к другому равен нулю. Иначе говоря, среда, в которой отсутствует перепад температур, не проводит тепла. Ситуация здесь в некотором смысле сходна с ситуацией в известной задаче о двух кастрюлях. Напомним, в чем она заключается.

Маленькая кастрюля с водой плавает в большой кастрюле. Большую кастрюлю ставят на огонь, и вода в ней закипает (рис. 54). Спрашивается, закипит ли вода в маленькой кастрюле? Ответ, как известно, является отрицательным — нет, не закипит. Причина этого заключается в том, что для кипения недостаточно нагреть воду

до 100°C — необходимо дополнительно сообщать ей тепло. Для того чтобы 1 г воды при температуре 100°C превратить в пар, имеющий ту же температуру, необходимо затратить 531 кал (2260 Дж) теплоты. Если же просто нагреть воду до температуры кипения, но тепла извне ей не сообщать, кипеть она не будет. Именно это и происходит в случае двух кастрюль. Когда температура воды в маленькой и большой кастрюлях станет равной 100°C , разность температур станет равной нулю и, согласно формуле (9), поток тепла в малую кастрюлю тоже будет равен нулю. Нет потока тепла — нет и кипения.

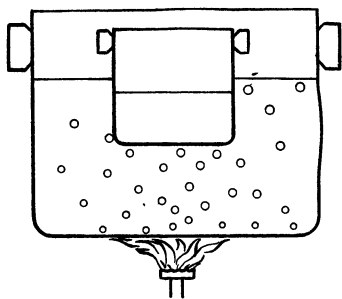


Рис. 54.

Таким образом, здесь мы тоже имеем ситуацию, когда при выравнивании температур теплообмен между телами прекращается.

Мы получили, что все тепло, выделяющееся при замерзании воды, делят между собой лед и воздух, а вода не получает ничего. Птиц такой результат очень обрадовал бы, а от результатов следующего раздела они были бы просто в восторге.

Сколько тепла забирает лед?

Теперь нас интересует, какую часть выделившегося количества теплоты Q лед забирает себе, а какую передает воздуху. Ответ на этот вопрос оказывается совершенно неожиданным: лед отдает воздуху больше тепла, чем получает сам!

После некоторого размышления становится понятно, откуда берется дополнительное тепло: лед охлаждается! Он образуется на границе с водой при температуре 0°C , а через некоторое время толщина льда возрастает, и тот слой льда, который раньше находился на границе с водой, становится внутренним. При этом температура его понижается. Чтобы убедиться в этом, достаточно рассмотреть те слои льда, которые расположены близко к границе с воздухом. Их температура близка к температуре воздуха, т. е. отрицательна, а ведь образовывались они тоже при температуре 0°C .

Таким образом, температура любого выделенного объема льда непрерывно понижается. Ясно, что при таком охлаждении тепло выделяется, а не поглощается и за время Δt воздух получит количество теплоты большее, чем найденное по формуле (8). Чем толще лед, тем меньше становится скорость его роста, тем меньше добавка ΔQ к количеству теплоты Q в формуле (8). Более строгий анализ показывает, что при толщине льда в несколько сантиметров эта добавка значительно меньше Q и ею можно пренебречь. Так мы и поступим. Для нас главным является то, что найденное ранее количество теплоты Q не поглощается льдом, а полностью передается воздуху.

Теперь имеет смысл еще раз вернуться к задаче Стефана. Зная, что все выделяющееся при замерзании воды тепло передается через слой льда воздуху, можно очень просто получить ее решение.

С одной стороны, количество теплоты, которое за время Δt слой льда передает воздуху, можно найти из закона Фурье (9):

$$Q = k_{\lambda} (\Delta T / h) S \Delta t,$$

где k_{λ} — коэффициент теплопроводности льда, h — толщина льда, ΔT — разность температур на верхней и нижней поверхностях льда. С другой стороны, эта величина совпадает с количеством теплоты, которое выделяется за время Δt при замерзании воды и может быть найдено по формуле (4). Приравнявая эти величины, получим

$$\lambda \rho S u \Delta t = k_{\lambda} (\Delta T / h) S \Delta t, \quad u = \Delta h / \Delta t,$$

откуда следует $\Delta h / \Delta t = k_{\lambda} \Delta T / \lambda \rho h$ или $h \Delta h = k_{\lambda} (\Delta T / \lambda \rho) \Delta t$.

Для умеющих интегрировать не представляет труда получить ответ: $h^2 = 2 k_{\lambda} \Delta T t / \rho \lambda$ или $h = \alpha \sqrt{t}$, $\alpha = \sqrt{2 k_{\lambda} \cdot \Delta T / \rho \lambda}$, а остальным опять придется поверить автору на слово.

Таким образом, мы сравнительно просто получили решение задачи Стефана, и очень важно, что теперь читатель сам может с помощью таблиц физических величин определить, чему равен коэффициент α .

Вычислением количества теплоты, передаваемого воздуху мы завершили второй этап намеченной ранее программы и можем перейти к оценке температурного эффекта.

Температурный эффект

Прежде всего необходимо отметить, что вопрос о том, чему равно значение Q , имеет для птиц второстепенное значение — этой величины они не воспринимают. Птицы чувствуют температуру, для них важно, на сколько градусов воздух на поверхности льда теплее воздуха в других местах. Именно это мы сейчас и попытаемся оценить.

Слои воздуха, расположенные вблизи льда, получают за время Δt количество теплоты $Q = \lambda \rho S (\alpha^2/2h) \Delta t$ и передают его более высоким слоям.

Мы уже говорили о том, что среда проводит тепло только тогда, когда в ней имеется перепад температур. Из закона Фурье мы знаем количество теплоты q , которое слой воздуха толщины Δl и площади S проводит за время Δt , если разность температур на ограничивающих его плоскостях равна ΔT :

$$q = k_\tau (\Delta T / \Delta l) S \Delta t, \quad (10)$$

где k_τ — коэффициент теплопроводности воздуха. Подставив в эту формулу Q вместо q , мы получим, что

$$\lambda \rho S (\alpha^2/2h) \Delta t = k_\tau (\Delta T / \Delta l) S \Delta t \quad (11)$$

или

$$\lambda \rho (\alpha^2/2h) = k_\tau (\Delta T / \Delta l), \quad (12)$$

отсюда

$$\Delta T = \lambda \rho \alpha^2 \Delta l / 2 h k_\tau \quad (13)$$

Из этой формулы мы можем узнать, насколько изменится температура воздуха, если мы поднимаемся на высоту Δl над поверхностью льда. Если считать, что температура воздуха зависит от расстояния до поверхности льда только в слое толщины L , а дальше воздух перемещается, и температура его постоянна и равна T_0 , то разность между T_0 и температурой воздуха на поверхности льда будет равна

$$\Delta T \approx \lambda \rho \alpha^2 L / 2 h k_\tau. \quad (14)$$

Это и есть искомая формула для вычисления температурного эффекта, которая в принципе позволяет вычислить, на сколько температура воздуха у поверхности льда выше, чем вдали от него.

«Что значит в принципе?» — совершенно справедливо спросит в этом месте читатель. Разве нельзя пользоваться этой формулой самым обычным образом: подставить в правую часть табличные значения и вычислить, чему равна левая часть?» Вообще-то, конечно, можно, но только надо знать, что именно в эту формулу подставлять. Посмотрите, что может получиться у человека, действующего «напролом».

Подставить числа? Нет ничего проще! Всего надо найти шесть числовых значений: h , α , λ , ρ , k_t , L . Толщину льда h можно задать независимо — пусть $h = 1$ см. Параметр α определяется температурой воздуха на поверхности льда. Пусть $T = -10^\circ\text{C}$, тогда по графику на рис. 52, б можно найти, что $\alpha = 2,5 \cdot 10^{-2}$ см/с. Все величины λ , ρ , k_t можно найти, например, в справочнике «Таблицы физических величин» (М.: Атомиздат, 1976): $\lambda = 79,8$ кал/г, $\rho = 0,9$ г/см³, $k_t = 18,2 \cdot 10^{-6}$ кал/(см·с·°C). В книге Л. Т. Матвеева «Курс общей метеорологии» (Л.: Гидрометеиздат, 1976, с. 132) можно найти число, характеризующее высоту H так называемого приземного слоя атмосферы: это число зависит от состояния атмосферы, но наиболее часто $L \approx 50$ м. Естественно предположить, что L будет по порядку величины совпадать с H , поэтому положим $L = 50$ м. Вот и все! Осталось только подставить эти числа в формулу. Что получится? С ума сойти!!!

Перед глазами действующего подобным образом вычислителя в конечном итоге появится строчка

$$\Delta T = \frac{79,8 \cdot 0,9 (2,5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 5 \cdot 10^3}{2 \cdot 1 \cdot 18,2 \cdot 10^{-6}} = 6 \cdot 10^6 (^\circ\text{C}).$$

«Шесть миллионов градусов! Кошмар! Где-то грубейшая ошибка?» — воскликнут читатели.

Правильно, ошибка есть. Но она сделана не при выводе формулы, а, как ни странно, при подстановке в нее числовых значений. Дело в том, что то значение коэффициента теплопроводности воздуха, которое было найдено в таблице и было подставлено в формулу (14), может в миллионы раз отличаться от истинного значения этой величины.

То значение коэффициента — теплопроводность при диффузии, т. е. коэффициент теплопроводности при неподвижном воздухе. А над поверхностью льда естественного водоема воздух никогда не находится в покое: теплый воздух поднимается вверх, холодный опускается вниз. Теплообмен, который осуществляется потоками вещества,

называется конвективным теплообменом, а коэффициент $k_{\text{конв}}$, играющий при конвективном теплообмене ту же роль, что и коэффициент k_t при обычной диффузионной теплопроводности, называется коэффициентом конвективного теплообмена.

Причина конвекции состоит в том, что при нагревании воздух расширяется, плотность его уменьшается. Если нагретым воздухом наполнить воздушный шар, то на него будет действовать архимедова выталкивающая сила, величина которой больше веса и шар начнет подниматься вверх. То же самое происходит с воздухом и при отсутствии оболочки — поднимающийся над костром дым является очень хорошим «указателем» того, как движется вверх поток теплого воздуха. Благодаря тому, что показатель преломления воздуха зависит от его плотности, потоки воздуха можно увидеть, например, над асфальтовой дорогой в жаркий солнечный день.

Коэффициент конвективного теплообмена может в сотни тысяч раз превышать коэффициент теплопроводности при диффузии, причем он очень сильно зависит от скорости ветра, степени шероховатости поверхности льда, влажности и т. д. Числовое значение этого коэффициента надо определять с помощью специальных руководств по теплопередаче или по метеорологии, но ни в коем случае не брать вместо него коэффициент k_t теплопроводности при диффузии. Числовые значения в зависимости от внешних условий могут варьироваться в довольно широких пределах, однако подстановка в формулу (14) наиболее типичных значений дает для теплового эффекта величину порядка нескольких градусов. Так что в мороз на льду действительно теплее, чем в лесу на дереве и птицы это прекрасно чувствуют.

§ 2. ПОЧЕМУ ВОЗМОЖНА ЗИМНЯЯ РЫБАЛКА?

Несколько слов о рыбах и воде

Глядя на мир, нельзя не удивляться.

К. Прутков.

В предыдущем разделе говорилось о том, какую роль замерзание воды играет в жизни птиц. Птицы, однако, являются не единственными существами, проявляющими интерес к превращению воды в лед. Легко догадаться, что в жизни рыб этот процесс играет еще большую роль, но многие читатели, вероятно, не подозре-

вают, сколь удивительным является сам факт выживания рыб зимой. Можно без преувеличения сказать, что рыбам, обитающим в замерзающих водоемах, необычайно повезло — само их существование оказывается возможным только потому, что они живут именно в воде, а не в какой-нибудь другой жидкости. Дело в том, что вода обладает двумя удивительными свойствами, которые настолько редки, что даже по отдельности у других веществ почти не встречаются. А для выживания рыб принципиально важно, чтобы среда их обитания обладала двумя такими свойствами одновременно. Итак, давайте присмотримся к воде повнимательнее.

Тепловое расширение воды

Отчего зимою день короткий, а ночь длинная, а летом наоборот? День зимою оттого короткий, что подобно всем прочим предметам видимым и невидимым, от холода сжимается..., а ночь от возжения светильников и фонарей расширяется, ибо согревается.

А. П. Чехов. «Письмо ученому соседу»

Первое удивительное свойство воды связано с ее тепловым расширением и заключается в том, что она не всегда расширяется при нагревании.

Сначала несколько слов о том, почему этот факт является удивительным и почему подавляющее большинство тел при нагревании все-таки не сжимается, а расширяется. Причина этого кроется в характере взаимодействия между молекулами вещества.

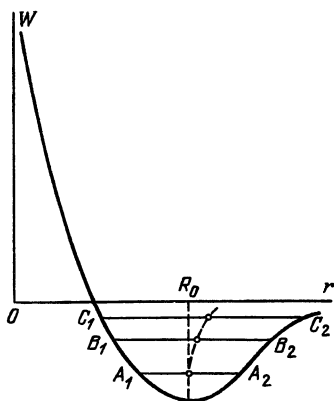


Рис. 55.

Возьмем, например, кристаллическое твердое тело. Известно, что на больших расстояниях атомы его притягиваются, а на малых — отталкиваются. Зависимость потенциальной энергии взаимодействия атомов W от расстояния r между ними схематически представлена на рис. 55 — для наглядности можно представить, что атом — это шарик, находящийся в яме, которая имеет изображенную на рисунке форму.

при нагревании все-таки не сжимается, а расширяется. Причина этого кроется в характере взаимодействия между молекулами вещества.

В состоянии покоя атом имел наименьшую потенциальную энергию, т. е. находился бы в точке $r = R_0$. Однако тепловое движение приводит к тому, что атом колеблется около точки $r = R_0$, причем чем выше температура, тем больше амплитуда колебаний. В зависимости от своей энергии, которая определяется температурой, атом колеблется либо между точками A_1 и A_2 , либо между точками B_1 и B_2 и т. д. Сразу же необходимо отметить, что в целях наглядности на рис. 55 не соблюден масштаб: в действительности амплитуда колебаний атомов в твердом теле при любых температурах во много раз меньше расстояния между ними.

А теперь заметьте, что кривая $W(r)$ несимметрична относительно точки $r = R_0$; при сближении атомов энергия возрастает быстрее, чем при их удалении друг от друга. Это приводит к тому, что с ростом температуры среднее значение между атомами увеличивается: середина отрезка B_1B_2 лежит правее середины отрезка A_1A_2 . А увеличение среднего расстояния между атомами с ростом температуры и есть тепловое расширение тела.

Зависимость потенциальной энергии взаимодействия от расстояния между атомами для подавляющего большинства веществ имеет вид, изображенный на рис. 55. Поэтому, как правило, тела при нагревании расширяются.

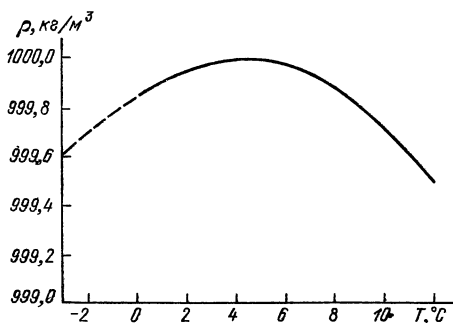


Рис. 56.

Посмотрите теперь на рис. 56, на котором изображена зависимость плотности воды от температуры. Вы видите, что при увеличении температуры в интервале от 0 до 4 °C плотность увеличивается, а затем снова начинает уменьшаться. Поэтому, если мы изобразим график зависимости объема некоторой массы воды от температуры, то увидим, что при 4 °C он имеет минимум (рис. 57), т. е. в интервале

от 0 до 4 °С вода при нагревании не расширяется, а сжимается.

Следует отметить, что распространенное утверждение «тела при нагревании расширяются» имеет исключение не

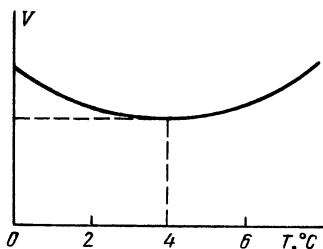


Рис. 57.

только среди жидкостей, но и среди твердых тел. Например, существует группа так называемых инвариантных магнитных сплавов, тепловое расширение которых обладает рядом особенностей. У одних из них (инвар (36 % Ni, 64 % Fe), суперинвар (5 % Co, 32 % Ni, 63 % Fe)) коэффициент теплового расширения во много раз

меньше значений, типичных для металлов, другие сплавы, принадлежащие к системам Fe—Pt и Fe—Ni—Co, вообще при нагревании сжимаются. Подобное поведение инвариантных магнитных сплавов широко используется в технике — часы с пружиной из инвара и идут гораздо точнее часов со стальной пружиной, поскольку не реагируют на колебания температуры, которые являются основным фактором, влияющим на точность хода ручных часов. Необычность характера теплового расширения инвариантных магнитных сплавов обусловлена их магнитными свойствами и объясняется достаточно сложно, поэтому детального рассмотрения мы производить здесь не будем.

Кроме инвариантных магнитных сплавов при нагревании сжимаются германий при температурах вблизи —243 °С, плутоний при температурах порядка +500 °С и некоторые другие твердые вещества.

Если при изменении температуры на ΔT объем V вещества изменяется на ΔV , то параметр $\beta = \Delta V / V \Delta T$ называется температурным коэффициентом объемного расширения. В интервале от 0 до 4 °С для воды этот коэффициент имеет отрицательное значение.

Веществ, температурный коэффициент объемного расширения которых может быть отрицательным, очень и очень мало, причем среди жидкостей их меньше, чем среди твердых тел. В справочниках, содержащих данные о многих сотнях жидкостей, автору удалось обнаружить только два примера такого рода. Это вода в указанном уже диапазоне температур от 0 до 4 °С и жидкий гелий при $1,15 \text{ K} < T < 2,18 \text{ K}$.

Столь необычное свойство воды объясняется тем, что ее молекулы ассоциируют, т. е. собираются в группы и образуют своеобразные «большие» молекулы. Кроме молекул H_2O в воде имеются молекулы $(\text{H}_2\text{O})_2$, $(\text{H}_2\text{O})_4$, $(\text{H}_2\text{O})_8$ и т. д., а объем, приходящийся на одну молекулу H_2O , зависит от того, в состав какой «большой» молекулы она входит. Поэтому объем всей жидкости зависит от соотношения концентраций различных типов «больших» молекул, содержащихся в ней. Поскольку при разных температурах соотношение концентраций «больших» молекул различно, этим и объясняется, что при определенной температуре объем воды имеет минимальное значение *). О последствиях, к которым приводит подобное поведение, речь пойдет немного позднее, а пока обратимся ко второму необычному свойству воды.

Вода и лед

Лед тронулся! — в ужасе закричал великий комбинатор. — Лед тронулся, господа присяжные заседатели!

*И. А. Ильф, Е. П. Петров.
«Золотой теленок»*

Второе удивительное свойство воды связано с тем, что при замерзании ее объем увеличивается. При 0°C плотность воды равна $0,999 \text{ г/см}^3$, а льда — $0,917 \text{ г/см}^3$, т. е. лед легче воды. У подавляющего большинства веществ это соотношение является противоположным: твердая фаза тяжелее жидкой.

При превращении твердой фазы в жидкую, при плавлении твердых тел, происходит разрушение кристаллической структуры: молекулы, которые в твердом теле образовывали жесткую решетку, теряют упорядоченность и получают возможность двигаться хаотически. Как правило, среднее расстояние между молекулами при этом увеличивается, а плотность вещества уменьшается. Но вода и здесь оказывается исключением. Кроме воды, аналогичным образом ведут себя только сурьма, висмут, галлий, германий, окись бора B_2O_3 и чугун. Заметьте, что таких веществ тоже очень мало.

Вы видите, что каждое из рассмотренных нами свойств является довольно редким. А одновременное наличие этих свойств у одного вещества является, видимо,

*) Это объяснение является очень упрощенным.

уникальным — кроме воды таких веществ пока не обнаружено.

Посмотрим теперь, какое отношение к вышеперечисленным свойствам воды имеют рыбы.

Как происходит замерзание воды?

«Друзья мои, — сказал Хоттабыч, широко улыбаясь, — удостоверьтесь, прошу вас: все море, насколько можно охватить его взором, покрыто сахаром и алмазами!»

Л И Лагин. «Старик Хоттабыч»

Оказывается, что если бы вода не обладала рассмотренными нами свойствами, то замерзание водоемов происходило бы совершенно иначе, и это сделало бы жизнь рыб невозможной. Рассмотрим процесс замерзания более подробно.

При охлаждении водоема на дне его собирается вода, имеющая максимальную плотность, т. е. вода при температуре 4°C . Если бы вода не имела максимума плотности при 4°C , а вела бы себя подобно другим жидкостям, то с уменьшением температуры вплоть до температуры замерзания плотность ее возрастала бы: чем холоднее вода, тем она тяжелее.

Вода становится холодной там, где она граничит с воздухом, т. е. на поверхности водоема. Это значит, что на границе с воздухом все время образовывалась бы вода с большой плотностью, которая начала бы под действием тяжести опускаться вниз. Неизбежно происходило бы перемешивание воды, выравнивающее ее температуру по всему объему. А раз происходило бы выравнивание температуры, то процесс образования льда начинался бы не на поверхности воды, а тоже по всему объему водоема. Всюду, где имелись бы частицы ила, песчинки или водоросли, образовывались бы центры кристаллизации и начинали возникать мелкие кристаллы льда. Они стали бы расти, соединяться друг с другом, образовывать льдинки *). Внешне процесс был бы похож на застывание (или, как говорят, схватывание) жидкого цементного раствора. В этом случае в жидкости тоже начинают образовыв-

*) Вблизи плотин, водостоков и в других местах, где происходит активное перемешивание воды, действительно наблюдаются случаи образования льда не на поверхности воды, а на дне водоема.

ваться кристаллы, которые растут, соединяются друг с другом и в конце концов образуют жесткую конструкцию.

Ясно, что при подобной кристаллизации на каком-то этапе замерзания жабры рыб перестали бы справляться со своей задачей — невозможно прогонять через жабры воду, содержащую достаточно крупные частицы. А поскольку не дышать рыба все-таки не может, ее жизнь значительно осложнилась бы.

Но это еще не все! Заметим, что озера и пруды не промерзают до дна потому, что образующийся при замерзании лед не тонет, а плавает на поверхности воды. При этом он образует своего рода шубу, которая препятствует обмену теплом между водой и воздухом и существенно замедляет процесс замерзания воды.

Если бы у воды, как у большинства других веществ, твердая фаза была тяжелее жидкой, лед тонул бы, оставляя поверхность воды незащищенной, и превращение некоторого количества воды в лед никак не влияло бы на процесс ее дальнейшего замерзания. На границу с холодным воздухом выходили бы все новые и новые порции воды и процесс замерзания шел бы очень быстро — гораздо быстрее, чем он идет на самом деле. Более точные оценки показывают, что при таком режиме образования льда самые глубокие водоемы неизбежно промерзли бы за зиму до самого дна.

Существуют рыбы, которые приспособились к жизни в совершенно пересыхающих водоемах. Например, протоптер, обитающий в бассейне Конго, в период засухи вырыывает себе яму, замуровывается в ней и переживает трудные времена. Это, вероятно, единственная рыба, для ловли которой нужна не удочка, а лопата, потому что со дна пересохшего водоема эту рыбу просто выкапывают. Однако приспособиться к вмерзанию в лед рыбе было бы неизмеримо сложнее. Из-за разного объема твердой и жидкой фаз при замерзании повреждались бы стенки клеток. В сильные морозы это иногда происходит с деревьями — лопаются ствол и дерево погибает. Нечто аналогичное происходило бы при вмерзании в лед и с рыбами.

Вы видите, что если бы вода вела себя так, как остальные жидкости, жизнь рыб в замерзающих водоемах оказалась бы невозможной. Только уникальность воды, которая проявляется в том, что вода одновременно обладает обоими рассмотренными выше редкими свойствами, позволяет рыбам выжить зимой.

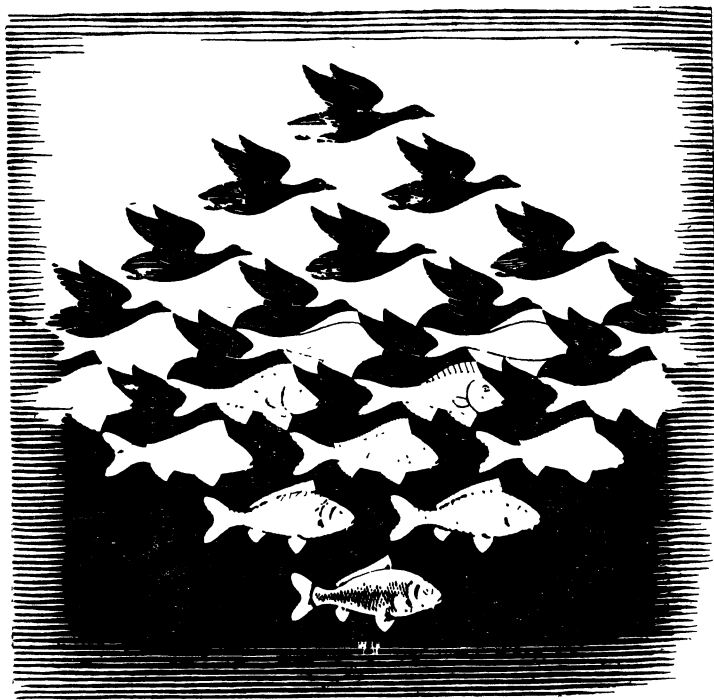


Рис. 58.

Конечно, если бы вода этими свойствами не обладала, ее обитатели все равно как-нибудь приспособились бы — улетали зимой в теплые края (рис. 58) или просто выходили на берег. Но в любом случае это были бы не те существа, которые нам знакомы и к которым мы так привыкли.

§ 3. КАК УБЕРЕЧЬСЯ ОТ ХОЛОДА?

Несколько слов о биофизике

Растительным и животным миром нашей планеты интересуются в основном биологи, а не физики. Однако на стыке биологии и физики лежит обширнейшая наука, которая называется биофизикой и которая, несмотря на свою молодость, достигла к настоящему времени огромных успехов. Повышенный интерес к биофизике связан, с одной стороны, с тем, что в физических методах исследования очень заинтересованы биологи. Эти методы оказались

исключительно эффективными при решении биологических проблем и позволили биологии совершить качественный скачок в своем развитии. С другой стороны, в жизнедеятельности организмов и их приспособлении к окружающим условиям есть много моментов, представляющих интерес и для физики. Одним из таких вопросов является вопрос о механизмах терморегуляции.

Замечали ли вы, что в жару вены у вас на руках расширяются? Наверное, замечали. В жаркой бане это заметно очень хорошо. А задумывались ли вы, почему они расширяются? Нет? Напрасно! С точки зрения физики это явление очень любопытно. Чуть позднее вы узнаете, в чем тут дело, но разговор о механизмах терморегуляции целесообразно начать не с этого. Начнем не с людей, а с китов.

Почему киты не замерзают?

Высоко на мачте моряк стоял,
А ветер свежел и крепчал;
То сиял, то меркнул лунный свет
И синим фосфором вспыхивал след
Там, где кит вдали проплывал.

Э. Смит

Отряд китообразных (Cetacea) включает около 80 ныне живущих видов. Некоторые из них, например гренландский кит (*Balaena mysticetus*), населяют северные моря, другие, как южный кит (*Eubalaena glacialis*), обитают только в Южном полушарии. Встречаются и такие, как горбатый кит (*Megaptera podosa*), которые распространены от Арктики до Антарктиды.

Изучение миграции китов показало, что они много времени (по полгода кряду) проводят в холодных арктических или антарктических водах. Стада китов встречаются в Антарктиде у самой кромки льдов, где температура воды близка к 0 °С. Киты, которые являются теплокровными животными и сохраняют температуру тела постоянной, месяцами плавают среди глыб льда и прекрасно себя чувствуют! Спрашивается, почему они не замерзают?

Многие из вас сразу же дадут правильный ответ: главным средством защиты китов от холода является мощный слой жира, достигающий полуметровой толщины. Это действительно так. Но здесь есть маленькая тонкость, которая заключается в том, что толщина жирового слоя у кита не везде одинакова. Причину этого понять очень легко — кит передвигается в основном за счет движений

хвоста. А представляете, как неудобно было бы работать мышце хвостового плавника, если бы она была окружена толстым жировым слоем? Много усилий тратилось бы впустую. И чтобы не мешать работе мышц, слой жира вблизи хвоста становится очень тонким, а местами вообще практически пропадает. Это значительно увеличивает отдачу тепла окружающей среде и может привести к опасному переохлаждению организма. Кит может простудиться! Поэтому необходим какой-то способ до минимума сократить потери тепла, не обволакивая при этом мышцу слоем жира.

На первый взгляд, задача кажется неразрешимой, но природа нашла такой способ!

Как сохранить тепло?

Оказывается, что киты сохраняют тепло благодаря особому устройству системы кровообращения. Напомним сначала некоторые факты, касающиеся ее строения. Сердце кита гонит кровь к мышцам хвостового плавника по артериям. В мышцах эти артерии распадаются на капиллярные сосуды, которые снабжают мышцу кислородом и питательными веществами. Затем кровь из капиллярных сосудов собирается в вены и возвращается во внутренние области тела кита. Артериальная кровь идет к хвостовой мышце из внутренних областей тела кита и поэтому имеет высокую температуру. А венозная кровь идет из капилляров мышцы, соприкасающейся с холодной водой, и поэтому имеет низкую температуру. Нетрудно подсчитать количество теплоты, которое отдаст кровь мышце в единицу времени. Это количество теплоты может быть найдено по формуле

$$Q_1 = cm\Delta T,$$

где c — удельная теплоемкость крови, m — масса крови, перекачиваемая через мышцу в единицу времени, ΔT — разность температур артериальной и венозной крови.

Поскольку состояние мышцы с течением времени не меняется, в единицу времени мышца отдает холодной воде столько тепла, сколько получает. Это количество теплоты Q можно найти по формуле

$$Q = Q_1 + Q_2,$$

где Q_1 — уже известное нам количество теплоты, которое мышца получает через кровь, а Q_2 — это количество тепло-

ты, которое мышца получает другими способами. В мышце, например, идут реакции окисления, сопровождающиеся выделением тепла, какое-то количество теплоты мышца получает за счет теплопроводности стенок сосудов и других тканей. Все эти процессы дают вклад в Q_2 , но оказывается, что их роль незначительна и Q_2 во много раз меньше, чем Q_1 . Поэтому можно приближенно положить, что Q равно Q_1 и количество теплоты, отдаваемое хвостовой мышцей воде в единицу времени, подсчитывать по формуле

$$Q \approx Q_1 = cm\Delta T.$$

Зная, сколько тепла теряет хвостовая мышца, можно перейти к вопросу о том, как можно это количество теплоты уменьшить. Ясно, что для уменьшения Q надо уменьшить хотя бы один из сомножителей в правой части равенства. Подумаем, какие из параметров в правой части могут быть изменены. Очевидно, что удельную теплоемкость крови c можно изменить, только изменив ее состав, а сделать это очень и очень трудно — от состава крови зависит работа всего организма. Кроме того, содержание воды в крови составляет более 90 %, и очевидно, что никакими изменениями состава крови не удастся сделать так, чтобы теплоемкость крови значительно отличалась от теплоемкости воды. Итак, изменить c не удастся, этот путь закрыт.

Можно ли изменить m ? Тоже не очень выгодно. Уменьшение массы крови, перекачиваемой через мышцу, приведет к уменьшению количества доставляемых ею питательных веществ, и ясно, что на этом пути тоже многого достичь не удастся. Что остается? Остается только один

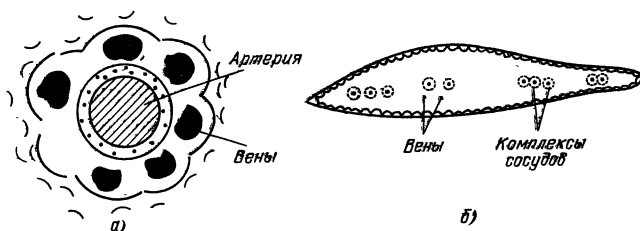


Рис. 59.

выход — изменить ΔT . Именно так природа и поступает. Она уменьшает разность температур артериальной и венозной крови и за счет того, что артерии и вены проходят, тесно соприкасаясь друг с другом. На рис. 59, а, б показан

разрез такого комплекса кровеносных сосудов. Вы видите, как тесно вены окружают артерию. В результате усиливается теплообмен между потоками теплой артериальной и холодной венозной крови. Теперь вместо того, чтобы отдавать тепло морской воде, артериальная кровь отдает его венозной крови, а та движется внутрь тела кита и поэтому это тепло сберегается. Схематически механизм сбережения тепла показан на рис. 60. Так что кит в некотором смысле является живым теплообменником! Этот механизм

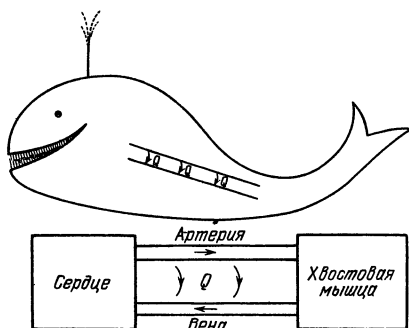


Рис. 60.

теплообмена, позволяющий китам уменьшать потерю тепла, примерно 25 лет назад описал американский ученый Сколэндер.

Вернемся к людям

Итак, кит хорошо чувствует себя среди льдов потому, что является теплообменником. Но оказывается, что человек в этом отношении ничуть не уступает киту. Правда, аналогичная система у человека развита меньше, поскольку нам с вами, к счастью, все-таки не надо месяцами плавать в холодных антарктических водах. Но зато у человека эта система умеет работать в обе стороны, т. е. защищать и от холода, и от жары.

Если мы рассмотрим сечение предплечья человека, то увидим, что артерии проходят во внутренней области сечения, а вены бывают двух типов. Одни проходят рядом с артерией, образуя почти такие же комплексы кровеносных сосудов, как и у китов. Другие проходят далеко от артерий, сразу под кожей. Эти подкожные вены хорошо видны на внутренней стороне локтевого сгиба. Совершенно аналогичный вид имеют сечения плеча, бедра, голени.

Если опустить руку в холодную воду, то организм автоматически начнет экономить тепло. Подкожные вены сузятся, а те, которые расположены вблизи артерий, расширятся и начнут пропускать через себя основной поток венозной крови. Появится теплообмен между потоками венозной и артериальной крови. Тепло будет экономиться тем же самым способом, что и у китов.

А если опустить руку в горячую воду? Нетрудно сообразить, что все будет происходить наоборот. Подкожные вены расширяются, а расположенные вблизи артерии сузятся, поскольку теперь надо уменьшить поток тепла не из организма во внешнюю среду, а наоборот, из внешней среды в организм.

Вот мы и вернулись к вопросу о том, почему в жару у человека расширяются вены. Ответ на него, как видите, оказался довольно неожиданным. Но одна из прекраснейших особенностей физики как раз и состоит в том, что неожиданности в ней встречаются на каждом шагу.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МОЛЕКУЛ

§ 1. ПОЧЕМУ СТЕКЛО РЕЖЕТСЯ НОЖНИЦАМИ?

Об одном небезопасном эксперименте

Режьте, братцы, режьте,
Режьте осторожно ...

М. Твен. «Режьте, братцы, режьте»

Нет ничего проще, чем разбить оконное стекло,— это хорошо известно всем, а особенно начинающим футболистам. После того как стекло разбито, надо вставить новое, и здесь почти всегда возникает проблема: из большого листа надо вырезать кусок нужного размера. А разрезать стекло гораздо труднее, чем разбить. Во-первых, нужен некоторый навык, а во-вторых, стеклорез. Ну, без навыка обойтись еще кое-как можно, а вот без стеклореза уже никак. Ни пилой, ни ножом стекло разрезать не удастся.

Вы, вероятно, удивитесь, узнав, что стекло можно разрезать обыкновенными ножницами. При наивном подходе: взять стекло, ножницы и попытаться резать,— у вас, наверняка, ничего не получится, но вы достигнете цели, если погрузите стекло в воду. Предупреждаем, что проверка этого утверждения без защитных очков и перчаток очень опасна. Можно не только сильно порезаться, но и повредить осколками глаза. Поверьте, пожалуйста, на слово: в воде стекло действительно можно резать обыкновенными ножницами.

Такая разительная разница в свойствах стекла в воде и в воздухе заслуживает внимания. Неясно, в чем заключается роль воды и почему разрушение стекла в воздухе и в воде происходит по-разному. Необходимо сразу отметить, что разрушение является исключительно сложным процессом и строгий анализ этого явления требует использования недоступного школьнику математического аппарата. Поэтому мы будем рассматривать только качественную сторону процесса разрушения.

Разрушение может иметь различный характер. В зависимости от того, какие свойства материала играют при разрушении определяющую роль, различают хрупкое, квазихрупкое, вязкое, упруговязкое разрушение и т.д. Под хрупким разрушением понимают такое разрушение, при котором образовавшиеся после разрушения части можно сложить так, чтобы составленное тело совпало с исходным. Благодаря отсутствию заметных остаточных деформаций разрушившиеся хрупким образом предметы можно склеить. Разбитое стекло может служить типичным примером хрупкого разрушившегося тела.

При хрупком разрушении в телах возникают и распространяются трещины, причем остаточные деформации на краях трещин малы. Если же такие деформации достигают значительной величины, то разрушение называется квазихрупким. Многие металлические конструкции при возникновении и распространении в них трещин разрушаются именно квазихрупким образом. Хрупкое и квазихрупкое разрушения имеют много общего, поскольку и то и другое связаны с распространением трещин. Поэтому выводы, сделанные при изучении разрушения стекла, иногда можно распространить и на разрушение металлов. Это обстоятельство имеет очень далеко идущие последствия. Когда в 20-х годах нашего века один из основоположников теории хрупкого разрушения инженер американского Авиационного исследовательского центра А. А. Гриффитс занялся исследованием прочности применяемых в авиационном строительстве металлических сплавов, то модельные эксперименты он проводил не с самими сплавами, а со стеклом: закономерности общие, а работать проще.

Разговор о хрупком разрушении мы начнем с описания очень интересного явления, которое называется эффектом Иоффе.

Эффект Иоффе

В 1915 г. немецкий физик Макс Борн создал теорию кристаллов, которая хорошо объясняла большое количество оптических, электрических и других свойств кристаллических тел. Справедливость теории подтверждалась большим количеством самых разнообразных экспериментов, но один класс опытов находился в резком противоречии с теорией. Это были опыты, связанные с механическими свойствами кристаллов. Точнее, измеренная прочность кристаллов оказалась в сотни раз меньше той,

которая определялась теоретически. Давайте попробуем теоретически рассчитать прочность какого-нибудь кристалла, например обычной поваренной соли NaCl, а затем сравним полученное значение с экспериментальным.

Кристалл NaCl имеет очень простую кубическую структуру (рис. 61). Зная, что плотность кристалла равна $2,18 \text{ г/см}^3$, можно легко вычислить расстояние d между

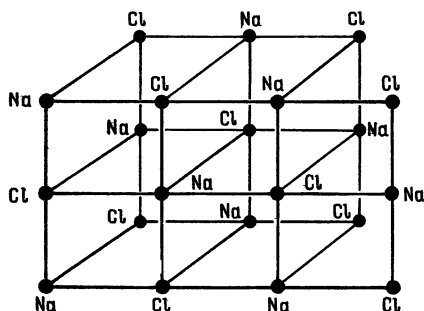


Рис. 61.

ближайшими атомами натрия и хлора. Действительно, из химической формулы устанавливаем, что масса 1 моля NaCl равна 58,3 г, поэтому 1 см^3 NaCl, масса которого равна 2,18 г, содержит $\nu = 2,18/58,3 = 3,74 \cdot 10^{-2}$ молей вещества. Каждый моль вещества содержит число Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ молекул, поэтому в 1 см^3 NaCl содержится $n = 3,74 \cdot 10^{-2} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 2,25 \cdot 10^{22}$ молекул или $2n = 4,5 \cdot 10^{22}$ атомов. Зная, что атомы образуют кубическую решетку и что в 1 см^3 их $4,5 \cdot 10^{22}$ штук, можно найти расстояние между ближайшими атомами. Извлекая корень кубический из количества атомов в 1 см^3 , получим число атомов, укладываемых в ребре куба, которое равно 1 см, а отсюда уже совсем просто можно получить, что расстояние d между соседними атомами равно $2,8 \cdot 10^{-8} \text{ см}$.

Вычислив расстояние между атомами, перейдем к определению прочности кристалла по теории Борна. Согласно этой теории при разрушении кристалла одновременно разрушаются все связи, соединяющие одну часть кристалла с другой. Рассмотрим два параллельных слоя кристаллической решетки NaCl (рис. 62).

Очевидно, что сила, необходимая для того, чтобы оторвать один слой от другого, равна произведению числа разрываемых связей на силу, необходимую для разрыва одной

связи. Вычислим силу, необходимую для разрыва связи AB . Эта сила приблизительно равна силе, с которой атом A притягивается к правому слою на рис. 62. Притяжение возникает благодаря кулоновскому взаимодействию: атом

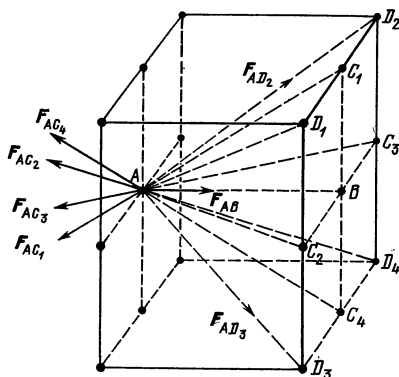


Рис. 62.

На отдает электрон атому Cl и становится положительным ионом Na^+ , а атом хлора становится ионом Cl^- . Атомы однократно ионизированы и заряд каждого из них по абсолютной величине равен заряду электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Мы будем учитывать взаимодействие атома A только с ближайшими к нему атомами $B, B_1, B_2, B_3, B_4, C_1, C_2, C_3, C_4$, расположенными в правом слое, а взаимодействием с более далекими будем пренебрегать. Атомы A и B притягиваются с силой

$$F_{AB} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{d^2} = 2,9 \cdot 10^{-9} (\text{Н}),$$

где d — уже найденное нами расстояние между ними. Каждый из атомов C_1, C_2, C_3, C_4 заряжен одноименно с A и расположен на расстоянии $d\sqrt{2}$ от него, поэтому сила взаимодействия A с каждым из C вдвое меньше силы взаимодействия F_{AB}

$$F_{AC_1} = F_{AC_2} = F_{AC_3} = F_{AC_4} = \frac{1}{2} F_{AB}.$$

Складывая проекции этих сил на направление AB , получим, что атомы C_1, C_2, C_3, C_4 отталкивают атом A с силой

$$F_{AC} = \sqrt{2} F_{AB}.$$

Атомы D_1, D_2, D_3, D_4 заряжены разноименно с A и расположены на расстоянии $d\sqrt{3}$ от него. Предоставляем читателю возможность самостоятельно убедиться в том, что благодаря взаимодействию с атомами D_1, D_2, D_3, D_4 атом A притягивается к правому слою (рис. 62) с силой

$$F_{AD} = \frac{4}{3\sqrt{3}} F_{AB}.$$

Итак, результирующая сила притяжения

$$F_A = \left(1 - \sqrt{2} + \frac{4}{3\sqrt{3}}\right) F_{AB} = 1,04 \cdot 10^{-9} \text{ (Н)}.$$

Именно такая сила нужна для разрыва одной связи. Теперь мы можем подсчитать силу, необходимую для разрыва всех связей на площади 1 м^2 . При расстоянии между атомами $d = 2,8 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ на 1 м^2 приходится $1,2 \cdot 10^{19}$ связей и для того чтобы разорвать их, нужна сила

$$F = 1,2 \cdot 10^{19} \cdot 1,04 \cdot 10^{-9} = 1,2 \cdot 10^{10} \text{ (Н)}.$$

Отношение силы к площади перпендикулярного сечения образца называется напряжением σ . Значение σ , при котором образец разрушается, называется пределом прочности. Мы получили, что предел прочности кристалла NaCl равен $1,2 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$. Здесь необходимо сделать небольшое отступление. В действительности теоретический предел прочности имеет несколько меньшее значение. При вычислениях мы не учитывали, что атом A взаимодействует не только с ближайшими соседями, но и с другими атомами правого слоя, а также то, что из-за квантовых эффектов закон взаимодействия атомов отличается от кулоновского. Что касается квантовых эффектов, то их не учитывал сам Борн, поскольку в 1915 г. квантовая механика еще создавалась. Основное уравнение квантовой механики — уравнение Шредингера — было написано только в 1926 г., т. е. через 11 лет после создания рассматриваемой нами теории. А взаимодействие с другими атомами правого слоя Борн учитывал более строго, чем мы, и поэтому получил значение в 1,5—2 раза меньшее, порядка 10^9 Н/м^2 . Эксперимент давал значение $4,5 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$ — во много сотен раз меньше теоретического. И объяснить это расхождение в рамках теории Борна не удавалось.

Решение проблемы было найдено выдающимся советским физиком Абрамом Федоровичем Иоффе. Он предположил, что модель разрушения не соответствует тому, что

происходит на самом деле: в действительности связи разрушаются не одновременно, а последовательно, одна за другой. На поверхности кристалла возникают трещины, которые постепенно растут, проникают внутрь и благодаря распространению этих трещин связи разрываются не одновременно, а последовательно.

Академик И. К. Кикоин вспоминал *), что на одной из своих лекций студентам-первокурсникам А. Ф. Иоффе демонстрировал свою идею следующим образом. Он брал прямоугольную полоску бумаги и пытался ее разорвать, непосредственно растягивая руками. Для этого ему приходилось прилагать значительное усилие. Но стоило эту полоску чуть-чуть надорвать поперек, т. е. создать в ней «трещинку», как разрыв происходил при ничтожном усилии. Этот опыт вы можете легко повторить.

Нечто аналогичное происходит и в кристалле соли NaCl. Для проверки своего предположения А. Ф. Иоффе предложил очень простой опыт. Кристалл соли погружался в теплую воду. Вода постепенно растворяла соль, образец становился тоньше, поверхность его становилась гладкой, трещины исчезали. Кристалл подвергали растяжению, и напряжение, при котором происходило его разрушение, оказывалось гораздо большим, чем раньше. С $4,5 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$ оно возрастало до $1,6 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$, т. е. увеличивалась в 350 раз! Этот опыт был проведен в 1924 г., а явлению повышения прочности кристаллов в несколько сот раз при сглаживании их поверхности было присвоено название эффекта Иоффе.

Таким образом, при хрупком разрушении очень важным оказывается вопрос о том, как ведут себя трещины, поскольку именно их развитие и приводит к разрушению образца. Основоположителем теории распространения трещин при хрупком разрушении был А. А. Гриффитс.

Трещины Гриффитса

В основе созданной Гриффитсом теории лежат две фундаментальные идеи. Первая — это догадка Гриффитса о том, что разрушение тела есть следствие поглощенного этим телом количества энергии. Действительно, к чему приводит распространение трещин? К возникновению новых границ, возрастанию площади поверхности

*) Кикоин И. К. Как создавалась советская физика. — Квант, 1977, № 10, с. 4.

тела. Для увеличения границы тела необходимо затратить энергию. Откуда берется эта энергия в том месте, где образуется трещина? Ответ может быть только один — на развитие трещины тратится энергия упругих напряжений, создаваемых в веществе внешними воздействиями. Приравняв энергию упругих напряжений, которая высвобождается при возникновении трещин, к энергии образующихся при хрупком разрушении поверхностей, Гриффитс оценил ту прочность, которой должно обладать вещество.

Гриффитс проделал свои вычисления для стекла и получил значение прочности, которое у стекла в нормальном состоянии не наблюдается. Но это число не было ошибочным! Дело в том, что тонкие нити стекла имеют гораздо большую прочность на разрыв, чем толстые, — Гриффитс сам открыл этот эффект — и полученное число для теоретической прочности стекла почти не отличалось от экспериментального значения прочности предельно тонких нитей.

Встал вопрос: почему прочность стекла в обычном состоянии в 50—100 раз ниже, чем то число, которое получается из теоретических соображений и наблюдается в экспериментах с тонкими стеклянными нитями? И здесь Гриффитс делает второе предположение: в реальном твердом теле на его поверхности и по всему объему имеются микроскопические трещины, своеобразные «зародыши» будущих больших трещин. Из-за них и наблюдается расхождение теории и эксперимента. Пока твердое тело находится в ненапряженном состоянии, эти трещинки никак себя не проявляют. Если же в теле возникают внутренние напряжения, благоприятные условия для роста трещин создаются задолго до того, как нагрузки достигнут теоретического значения прочности материала.

Пусть в твердом теле возникла трещина размера l . При этом упругая энергия высвобождается в объеме $\sim l^3$, а площадь вновь образовавшейся поверхности $\sim l^2$. Если из-за приложенных внешних нагрузок энергия единицы объема равна α , то при высвобождении энергии из области объемом l^3 выделится энергия αl^3 . Если для образования единицы площади поверхности тела нужна энергия β , то образование трещины потребует энергии βl^2 .

Спрашивается, когда условия для развития трещины будут благоприятными? Очевидно, тогда, когда с ростом трещины выделяется энергия большая, чем та, которая затрачивается на увеличение площади поверхности тела, т. е. когда $\alpha l^3 > \beta l^2$ или $l > \beta/\alpha$.

Итак, если трещина достаточно велика, расти дальше ей энергетически выгодно, а если трещина мала, то развиваться она не будет. Понятно теперь, чем определяется наблюдаемая экспериментально прочность материала: размерами самых крупных имеющихся в нем микротрещин *). Энергия α единицы объема вещества пропорциональна квадрату приложенного напряжения σ , $\alpha = \sigma^2 / 2E$ (σ — отношение силы к площади поперечного сечения образца, E — модуль Юнга **). Поэтому из найденного выше соотношения легко вывести, что если в материале имеются микротрещины с максимальным размером l_0 , то разрушение его начнется при таких напряжениях σ_0 , при которых

$$l_0 = \frac{\beta \cdot 2E}{\sigma_0^2}, \text{ т. е. } \sigma_0 = \sqrt{\frac{2\beta E}{l_0}}.$$

Если l_0 в этой формуле имеет величину порядка межатомного расстояния, то σ_0 будет иметь значение, близкое к теоретическому пределу прочности. Поскольку в реальных телах имеются трещины гораздо большего размера, то экспериментальное значение прочности может быть в сотни раз меньше теоретического предела.

Итак, главное для нас — это то, что напряжение, при котором начинает разрушаться тело, зависит от энергии, необходимой для образования единицы площади поверхности и размеров самых больших трещин. Теперь мы можем вернуться к вопросу о том, почему под водой стекло можно разрезать ножницами.

Вода и трещины в стекле

Для того чтобы лучше понять, что происходит со стеклом под водой, рассмотрим сначала еще один опыт, который часто описывается в учебниках молекулярной физики. Расщепим листок слюды до половины и вставим в расщеп клин (рис. 63). Если капнуть в расщеп воды, то его глубина сразу же увеличится — это можно увидеть невооруженным глазом. Свойство жидкости раздвигать

*) Следует отметить, что разрушающее напряжение не только ниже теоретической прочности материала, но и обнаруживает в эксперименте значительный разброс. Это обстоятельство находится в хорошем согласии с теорией Гриффитса и способствовало ее возникновению.

**) Вывод этой формулы, а также подробное рассмотрение трещин Гриффитса см. в кн.: *Займовский В. А., Колупаева Т. Л.* Необычные свойства обычных металлов. — М.: Наука, 1984. — Библиотечка «Квант», вып. 32.

стенки расщепла называется расклинивающим действием. Расклинивающее действие — свойство тонких слоев жидкости. Оно возникает только в том случае, если толщина слоя жидкости, раздвигающего стенки трещины, меньше

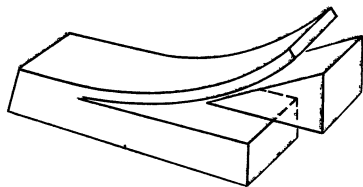


Рис. 63.

некоторой величины $h_{кр}$, причем, чем меньше толщина жидкой прослойки, тем больше расклинивающее действие *). При толщине слоя, большей $h_{кр}$, расклинивающее действие равно нулю. Исследования советского ученого Б. В. Дерягина показали, что рас-

клинивающая способность жидкости максимальна, когда толщина слоя жидкости равна удвоенному диаметру молекулы, т. е. когда каждая поверхность трещины покрыта мономолекулярным слоем. Опыт показывает также, что расклинивающее действие тем больше, чем прочнее связь между молекулами жидкости и поверхностями тех тел, которые она разделяет. С точки зрения теории Гриффитса рост трещины при попадании в нее воды объясняется тем, что энергия образования единицы площади поверхности имеет разные значения в зависимости от того, покрыта поверхность водой или нет. Поэтому могут быть случаи, когда в воздухе трещине образовываться энергетически не выгодно, а в воде — выгодно. Именно это в описанном опыте и наблюдается.

Большое сходство со способностью воды раздвигать стенки расщепла имеет так называемый эффект адсорбционного понижения прочности, открытый советским физиком П. А. Ребиндером.

Суть эффекта Ребиндера состоит в том, что механическая прочность кристалла очень сильно зависит от того, что находится на его поверхности. Первоначально сообщение об открытии эффекта (а оно было сделано в 1928 г. на VI Всероссийском съезде физиков) было встречено с некоторым недоверием: на каждый атом поверхности приходится десятки миллионов атомов внутренних областей. Трудно было поверить, что из-за изменения окружения

*) Отметим, что, смачивая твердое тело, вода не всегда оказывает расклинивающее действие — иногда эффект получается прямо противоположным. В качестве примера можно привести явление капиллярной контракции, т. е. уменьшения объема высокодисперсных систем или пористых тел при их высушивании.

столь малого числа атомов может существенно зависеть прочность кристалла.

Тем не менее поверить пришлось, потому что это действительно так. Все дело в том, что на поверхности кристалла изменяются условия распространения трещин Гриффитса, а именно их поведением и определяется характер разрушения.

Теперь о резании стекла под водой. Очевидно, что здесь проявляются все те же факторы, что и при расклинивающим действии воды, и в эффекте Ребиндера. На молекулярном уровне объяснить причину того, что энергия образования единицы площади поверхности стекла в воде меньше, а не больше, чем в воздухе, довольно трудно. Если говорить упрощенно, то молекулы воды внедряются между молекулами стекла и значительно ослабляют силу взаимодействия между ними.

Вы знаете, что сила взаимодействия между зарядами, помещенными в жидкий диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ϵ , в ϵ раз меньше силы взаимодействия между ними в вакууме. Диэлектрическая проницаемость воды равна 80, т. е. вода в 80 раз ослабляет силу взаимодействия между зарядами. Поскольку во взаимодействии молекул многих веществ (особенно, ионных кристаллов) электрические силы играют большую роль, внедрение между ними молекул воды может иметь заметное влияние на характер взаимодействия. Силы притяжения могут уменьшиться во много раз, следовательно, может уменьшиться энергия, необходимая для разрыва межатомных связей. Это приведет к уменьшению энергии β , необходимой для образования единицы площади поверхности, и трещины Гриффитса начнут распространяться при тех напряжениях, при которых в воздухе они не распространялись.

Эффект Ребиндера широко используется в промышленности в тех случаях, когда возникает необходимость разрушения или обработки твердых материалов — при резании металлов (мы уже говорили, что квазихрупкое разрушение металлов имеет много общего с хрупким разрушением стекла), бурении скважин и т. д. Часто образование трещин можно усилить еще больше, добавляя к воде так называемые поверхностно-активные вещества. Например, добавка к воде активных веществ (сода, хлориды, фенолы) повышает скорость бурения скважин по сравнению со скважинами, наполненными чистой водой, на 50—100 %.

ОПТИКА

§ 1. ПОЧЕМУ У КОШКИ ГЛАЗА СВЕЯТСЯ?

Ответить на этот вопрос совсем просто. Рассмотрим светящуюся точку, равномерно испускающую свет во все стороны (рис. 64, а). При удалении от нее точка будет видна все хуже и хуже, так как в глаза будет попадать все меньше и меньше света.

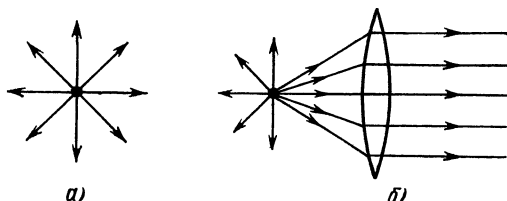


Рис. 64.

Поднесем к точке собирающую линзу так, чтобы она оказалась в фокусе линзы. Часть лучей соберется при этом в параллельный пучок, который при удалении от линзы ослабевать не будет *)

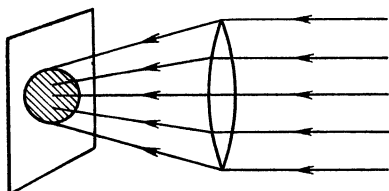


Рис. 65.

(рис. 64, б). Если на пути этого пучка окажется глаз, то наблюдатель сможет увидеть свет с очень большого расстояния.

Рассмотрим другую ситуацию. Пусть пучок почти параллельных лучей падает на линзу и собирает-
ся в небольшое пятно на экране, расположенном в фокальной плоскости линзы (рис. 65). Светлое пятно на экране

*) Это идеализированная картина, не учитывающая дифракционной расходимости пучка света, прошедшего через линзу.

само является источником света — часть световой энергии будет экраном поглощаться, а часть будет рассеиваться во все стороны. Как будет распространяться этот испускаемый пятном свет? Очевидно, что мы имеем здесь ситуацию, сходную с уже рассмотренной: в некотором направлении свет будет распространяться узким, почти не ослабевающим пучком. Это направление совпадает с направлением света, падающего на линзу от внешнего источника.

Заметим теперь, что глаз тоже является системой «линза + экран в фокальной плоскости». Линза — это хрусталик глаза, а роль экрана играет сетчатка, на которой формируется изображение. Поэтому глаз отражает падающий на него пучок света не во все стороны, а преимущественно туда, откуда этот пучок пришел. И если вы со свечой в руках войдете в темную комнату, в которой сидит кошка, то не удивляйтесь тому, что ее глаза будут выглядеть светящимися.

У читателей может возникнуть вполне естественный вопрос: «А почему в соответствующей ситуации не светятся глаза у человека?»

Причина заключается в несколько различном строении глаз кошки и человека. Различия эти обусловлены тем, что кошка является ночным животным и глаза ее специально приспособлены природой к тому, чтобы хорошо видеть при слабом ночном освещении *). Во-первых, зрачок глаза у кошки значительно больше зрачка глаза у человека. Несмотря на то, что общий размер кошачьего глаза несколько меньше, чем человеческого, наибольший размер зрачка кошки составляет 12—13 мм, в то время как у человека — всего 8 мм. Во-вторых, зрачок кошачьего глаза в суженном состоянии представляет собой вертикальную щель, а зрачок человека всегда сохраняет круглую форму. Такое различие в устройстве зрачка позволяет кошке регулировать количество попадающего на сетчатку света в более широком диапазоне, чем это может делать человек. У кошки вариации в размере зрачка могут изменять освещенность сетчатки в 100 раз, а у человека соответствующая цифра равна всего лишь 16. В-третьих, и у человека, и у кошки обладает разными свойствами слой, рас-

*) См. статьи: *Кай Отто Доннер*. Зрительная адаптация при свете солнца и звезд в сб. «Наука и человечество 1983». — М.: Знание, 1983, с. 19; *Хейфец С. А.* Блеск в природе, или почему у кошки глаза светятся. — Квант, 1971, № 6, с. 16.

положенный позади сетчатки на внутренней поверхности глазного яблока. Этот слой называется тапетумом. У животных, ведущих дневной образ жизни, тапетум позади сетчатки черный и поглощает свет. А у кошки и других ночных животных тапетум является светоотражающим. Свет, отраженный тапетумом, вторично проходит через сетчатку с ее слоем светочувствительных клеток и доля света, поглощаемая фоторецепторами, увеличивается. Тем самым условия для зрения при малых освещенностях улучшаются. Совокупность этих трех причин и приводит к тому, что глаза кошки светятся гораздо ярче, чем глаза человека.

Свойство линзы и экрана вблизи ее фокальной плоскости отражать свет преимущественно туда, откуда он падает, используется при окраске дорожных знаков. В краску добавляют мелкие стеклянные шарики и при нанесении такой краски на дорожный знак он становится хорошо заметным ночью, поскольку отражает свет автомобильных фар точно так же, как и кошачий глаз.

§ 2. ДАЛЕКО ЛИ ДО РАДУГИ?

Как известно, существует огромное количество способов определения высоты многоэтажного здания с помощью достаточно длинной веревки и ртутного барометра с высотой корпуса один метр *). Например:

а) тривиальный — подняться на крышу, привязать к барометру веревку, опустить барометр до земли, затем поднять его. Измерить длину понадобившейся для этого веревки;

б) прямой — держа барометр вертикально, подниматься по лестнице и отмечать длину прибора на стене. Подсчитать количество отметок, получить высоту здания;

в) социологический — опросить всех жильцов дома и усреднить названные ими значения высоты. В качестве приза предложить барометр.

Кроме этих способов существуют еще аэростатический, геометрический, кинематический, официально-бюрократический и педагогический.

Если ни один из этих способов по каким-либо причинам читателя не устраивает, то ничто не мешает ему в дополнение к уже существующим придумать свой собственный

*) См.: *Гудьчинский М.* Как измерить высоту? — Квант, 1976, № 12, с. 49.

метод. Возможно, это послужит поводом, чтобы задуматься над серьезным вопросом о том, как можно определить расстояние до недоступного объекта. А в самом деле, как это делается?

Один из самых универсальных методов измерения расстояния до недоступных объектов называется методом триангуляции *). Вот как можно с его помощью определить расстояние до дерева C , растущего на острове (рис. 66).

На берегу озера выбираются точки A и B и измеряется расстояние между ними. Отрезок AB называется базой триангуляции. Затем с помощью угломерного инструмента (теодолита, астролябии или простого транспортира) определяются углы α и β , изображенные на рис. 66. После этого по формуле

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$$

можно вычислить угол γ и с помощью теоремы синусов

$$\frac{\sin \alpha}{BC} = \frac{\sin \beta}{AC} = \frac{\sin \gamma}{AB}$$

найти любую из величин AC и BC .

С небольшими изменениями этот метод очень широко применяется для определения самых разных расстояний. Его используют и при конструировании дальномеров фотоаппаратов, и при измерении расстояний до звезд. В последнем случае в качестве базы триангуляции используется диаметр земной орбиты и измерения углов ведутся с интервалом в полгода.

А теперь представьте, что в вашем распоряжении имеются сверхточные инструменты и что с помощью метода триангуляции вы хотите измерить расстояние до радуги. Для определенности в качестве точки C , расстояние до которой требуется определить, можно выбрать точку пересечения какого-нибудь из цветов (например, зеленого на правой половине радуги) с горизонтом. Как вы думаете, какое получится расстояние, если вы будете пользоваться методом триангуляции? Вы, вероятно, удивитесь, узнав, что это расстояние окажется равным приблизительно

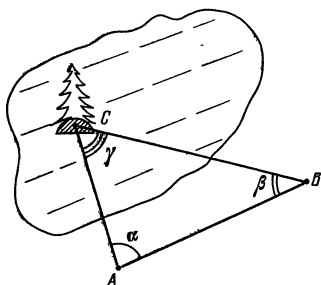


Рис. 66.

*) Более подробно об этом методе см. в кн.: Ганьшина В. Н. Простейшие измерения на местности.— М.: Недра, 1983.

150 млн км! Именно на таком расстоянии от Земли находится Солнце. Почему же, измеряя расстояние до радуги,

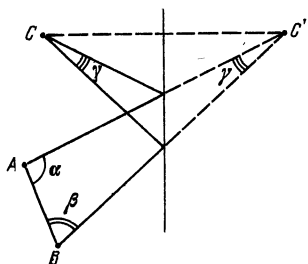


Рис. 67.

мы получим расстояние до Солнца? Попробуйте сами ответить на этот вопрос. А если вам долго не удастся найти ответа, то подумайте, что получится, если методом триангуляции вы попытаетесь определить расстояние до отражения предмета в зеркале (рис. 67)?

После того как это будет выяснено, останется только вспомнить, что радуга — это не что иное, как преломленный и отраженный от капелек воды солнечный свет, попадающий в наши глаза.

§ 3. КАКОВА ТЕМПЕРАТУРА СОЛНЕЧНОГО ЗАЙЧИКА?

О солнечных зайчиках, Архимеде и термоядерном синтезе

А весной линяют разные звери,
Не линяет только солнечный зайчик...

Давайте поговорим теперь о солнечных зайчиках — тех самых, которые с помощью небольших зеркал дети пускают шутки ради в глаза друг другу и прохожим. Представляет ли такая игра интерес с точки зрения физики? Конечно! Очень интересно выяснить, например, насколько солнечный зайчик нагревает те предметы, на которые он попадает. Можно ли с помощью зеркал добиться такого температурного эффекта, который можно было бы использовать практически?

Первое, что вспоминается при размышлении над этими вопросами — это легенда о том, как во время осады римлянами греческого города Сиракузы Архимед поджег вражеские корабли с помощью зеркал *), установленных

*) Приводимое ниже рассмотрение вопроса о достоверности истории с зеркалами основано на статье: Житомирский С., Суслович Н. Зеркала Архимеда уже не легенда. — Наука и жизнь, 1974, № 10, с. 84.

Физическая сторона процесса воспламенения дерева с помощью зеркал рассматривается в статье: Семенчинский С. Г. Линзы, зеркала и Архимед. — Квант, 1972, № 12, с. 23.

на крепостных стенах. На протяжении нескольких веков правдоподобность этой легенды вызывала горячие споры, поэтому целесообразно остановиться на ней подробнее.

Сиракузы подвергались нападению римлян в 212 г. до н. э. во время Второй Пунической войны. Первые из дошедших до нас упоминаний об истории с зеркалами содержатся в литературе II века н. э. Еще через 400 лет византийский математик и архитектор Анфимий из Тралл в работе «О чудесных механизмах» специально разбирает вопрос о зеркалах Архимеда, причем из его труда следует, что он пользовался литературными источниками, которые впоследствии были утеряны и до нас не дошли. В своем труде Анфимий, в частности, пишет: «При помощи многих плоских зеркал можно отразить в одну точку такое количество света, что его объединенное действие вызовет загорание».

Во времена Анфимия достоверность легенды сомнению не подвергалась. Сомнения появились гораздо позднее, в XVII веке, когда основоположники геометрической оптики Иоганн Кеплер (1571—1630) и Рене Декарт (1596—1650) высказались отрицательно по поводу возможности существования зеркал Архимеда. Вот что писал Декарт в своем сочинении «Диоптрика», вышедшем в 1637 г.: «Зажигательное стекло, диаметр которого меньше, чем сотая часть расстояния между ним и местом, где сосредотачиваются солнечные лучи, даже если бы оно было отшлифовано ангелом, не может нагреть то место больше, чем лучи, испускаемые непосредственно солнцем.»

Согласно расчетам Декарта зеркало Архимеда должно было иметь колоссальные размеры и во времена осады Сиракуз построено быть не могло.

Таким образом, основоположники геометрической оптики считали, что с помощью тех средств, которыми располагал Архимед, достичь требуемого эффекта невозможно и полагали, что легенда имеет более позднее происхождение. В пользу такого предположения косвенно свидетельствует еще одно обстоятельство: ни в одном из трех дошедших до наших дней описаний штурма Сиракуз — ни во «Всеобщей истории» Полибия (II век до н. э.), ни в «Историях» Тита Ливия (I век до н. э.), ни в биографии Марцелла, написанной в I веке н. э. греческим писателем Плутархом, — ни в одном из этих источников упоминания о сожжении кораблей зеркалами нет. Это послужило еще одной причиной, по которой во времена Декарта легенда стала считаться вымыслом.

Новая страница в дискуссию о достоверности истории с зеркалами была вписана ровно через 110 лет после выхода в свет «Диоптрики» Декарта, когда в 1747 г. французский натуралист Жорж Луи Бюффон (1707—1788) опубликовал работу «Изобретение зеркал для воспламенения предметов на больших расстояниях». «Декарт, который родился, чтобы судить Архимеда и даже превзойти его,— пишет Бюффон,— высказался против этого случая тоном метра: он отрицал возможность подобного изобретения и его мнение одержало верх над свидетельствами и верой всей античной эпохи...» Чтобы «обжаловать» приговор Декарта, нужно было располагать более сильным средством, чем просто различные доводы, поэтому противникам Декарта оставалось лишь одно: воспроизвести зеркала Архимеда *).

Зеркало Бюффона, построенное механиком Пасма-ном, состояло из 168 плоских стеклянных зеркал размером $16,2 \times 21,5$ см и имело суммарную площадь $5,82 \text{ м}^2$. С помощью этого зеркала 10 апреля 1747 г. Бюффону удалось воспламенить еловую просмоленную доску на расстоянии 150 футов (49 м).¹

Проделанные Бюффоном опыты свидетельствуют о том, что в принципе можно создать устройство, речь о котором идет в легенде. Другой вопрос, происходило ли все это на самом деле! Некоторые обстоятельства битвы свидетельствуют в пользу того, что зеркала действительно применялись. Во-первых, римляне шли на город не только с моря, но и с суши. Сухопутное войско Аппия Клавдия наступало на город со стороны Гексапил — ворот, расположенных в центре северо-западной стены города. Против осадной техники пехоты зеркала Архимеда, вообще говоря, можно было применять с не меньшим успехом, чем против кораблей. Однако в легенде говорится только о кораблях. Почему? Оказывается, положение Солнца исключало применение зеркал против пехоты, а против флота Марцелла условия применения зеркал были наилучшими, поскольку Солнце светило со стороны моря. Во-вторых, город штурмовался всего два раза, причем второй штурм был ночным. Возможно, что ночное нападение было предпринято для того, чтобы парализовать действие зеркал Архимеда.

*) В основу конструкции Бюффона была положена реконструкция зеркал Архимеда, содержащаяся в работе Анфимия.

Легенда об Архимеде наводит на мысль об использовании солнечного света для получения высоких температур, которые нужны во многих областях человеческой деятельности.

Возьмем, например, выплавку металлов. Нельзя ли использовать солнечный свет для получения необходимых температур? Оказывается, можно. Бюффон, сумевший с помощью зеркал зажечь дерево, сумел также и расплавить при помощи своей системы зеркал свинец. Однако свинец — металл легкоплавкий, температура плавления всего 327°C . Можно ли с помощью солнечных лучей получить температуры не в сотни, а в тысячи градусов и расплавить более тугоплавкие металлы и соединения? Да, можно! На юге Франции существует солнечная установка, в которой система зеркал общей площадью в несколько тысяч квадратных метров собирает солнечный свет в пятно диаметром порядка десятков сантиметров. В фокусе этой гигантской оптической системы плавятся самые тугоплавкие вещества, так что температуры в тысячи градусов (температура плавления одного из наиболее тугоплавких веществ — карбида гафния равна 3890°C) получить можно. А какую максимальную температуру можно достичь, собирая солнечные лучи с помощью системы линз и зеркал? Можно ли получить температуру в миллион градусов? Или в десять миллионов? На первый взгляд, это не кажется невозможным. Надо просто собрать солнечные лучи с большой площади в маленькое пятнышко. Взять, например, лучи со 100 км^2 и собрать в пятно размером 1 см^2 . Неужели не получится миллиона градусов? А если это возможно, то открывается очень интересная возможность для получения энергии с помощью Солнца.

Все вы хорошо знаете, что сейчас очень интенсивно ведутся работы в области термоядерной энергетики. Цель этих работ — получение управляемой термоядерной реакции, при которой ядра водорода сливаются в ядра гелия и выделяется огромное количество энергии. Именно с управляемым термоядерным синтезом человечество связывает надежду избежать энергетического кризиса. Однако обуздать термоядерную реакцию оказалось намного труднее, чем цепную реакцию деления ядер урана. Несмотря на колоссальные усилия физиков многих стран, к настоящему времени желаемого результата достичь не удалось. И одна из причин этого заключается в том, что для «запуска» термоядерной реакции нужны температуры

в миллионы градусов. Вот было бы здорово, если такие температуры можно было бы получить с помощью солнечных лучей!

К сожалению, идея получения термоядерных температур с помощью фокусировки солнечных лучей является утопией. Существует некоторый предел температуры, превзойти который не удастся. А попытайтесь-ка угадать, что это за предел? Правильно, это температура поверхности Солнца. А почему ее не удастся превзойти? Сейчас разберемся. Но сначала несколько слов о величинах, характеризующих свет.

Теорема о равенстве яркости предмета и изображения

В этом разделе мы докажем очень важную для дальнейшего теорему, связанную с прохождением света через линзу. Линза, как известно, способна сконцентрировать расходящийся световой поток. Поскольку световая энергия собирается линзой на малую площадь, то иногда создается впечатление, что в фокусе линзы можно получить изображение более яркое, чем источник. Целью данного раздела является доказательство неверности такого представления.

Рассмотрим прохождение светового потока через линзу более подробно (рис. 68). Пусть источником света является

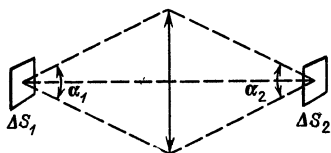


Рис. 68.

прямоугольная площадка ΔS_1 , перпендикулярная главной оптической оси линзы, находящаяся на расстоянии d_1 от линзы. Ее изображением является также прямоугольная площадка площади ΔS_2 , расположенная на

расстоянии d_2 от линзы. Будем считать, что углы α_1 и α_2 , под которыми линза видна из источника изображения, малы, т. е. что попадающий на линзу световой поток испущен перпендикулярно площадке ΔS_1 и падает на площадку ΔS_2 тоже перпендикулярно. Отсюда можно получить для яркости источника

$$B_1 = \frac{\Delta \Phi_1}{\Delta S_1 \Delta \Omega_1},$$

где $\Delta \Phi_1$ — поток, испущенный площадкой ΔS_1 в направ-

лении нормали к ней, а $\Delta\Omega_1$ — телесный угол, под которым видна линза из источника.

Будем теперь рассматривать изображение (площадку ΔS_2) как вторичный источник света. Какова его яркость? Нетрудно сообразить (рис. 69), что если сама площадка

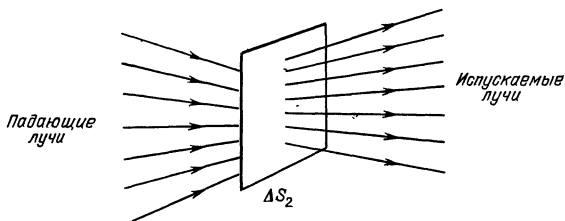


Рис. 69.

энергии не поглощает, то поток, испускаемый ею в телесный угол $\Delta\Omega_2$, равен падающему на нее потоку. Отсюда яркость изображения B_2 можно найти по формуле

$$B_2 = \frac{\Delta\Phi_2}{\Delta S_2 \Delta\Omega_2},$$

где $\Delta\Phi_2$ — поток, падающий на ΔS_2 со стороны линзы. Отношение яркостей источника и изображения равно

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\Delta\Phi_1}{\Delta\Phi_2} \cdot \frac{\Delta S_2 \Delta\Omega_2}{\Delta S_1 \Delta\Omega_1}.$$

Если линза передает весь падающий на нее поток дальше (мы пренебрегаем поглощением и отражением света в линзе), то $\Delta\Phi_1 = \Delta\Phi_2$. Кроме того, линейное увеличение линзы равно d_1/d_2 , поэтому отношение площадей

$$\frac{\Delta S_2}{\Delta S_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2.$$

Отсюда

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{d_2^2 \Delta\Omega_2}{d_1^2 \Delta\Omega_1}.$$

Но что такое $d_2^2 \Delta\Omega_2$? Это площадь поверхности сферы радиуса d_2 , вырезанной телесным углом $\Delta\Omega_2$. Из рис. 70 видно, что при малом угле α_2 эта площадь примерно равна площади линзы. И той же самой величине равно произведение $d_1^2 \Delta\Omega_1$. Следовательно, отношение яркостей

$$B_1/B_2 = 1.$$

Это и есть результат, к которому мы стремились. Яркость изображения, рассматриваемого как вторичный источник, оказалась равной яркости предмета. При этом, напомним, мы не учитывали потерь на поглощение и отражение.

Осталась самая малость: заметить, что светимость абсолютно черного тела (тела, целиком поглощающего всю падающую на него энергию) связана с его абсолютной температурой T законом Стефана — Больцмана

$$S = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ — постоянная Стефана — Больцмана. Светимость тела определяется температурой, следовательно, яркость тела тоже опре-

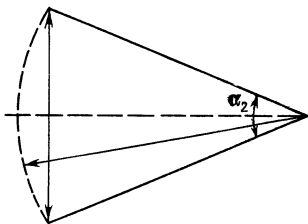


Рис. 70.

деляется температурой. А мы доказали, что даже в случае идеальной оптической системы яркости источника света и изображения равны, следовательно, температуры изображения и источника равны.

В действительности, конечно, никакая оптическая система не является идеальной, и поэтому температура изображения будет даже меньше температуры источника света. В частности, температура в фокусе стеклянной линзы будет меньше температуры поверхности Солнца. Во-первых, линза отражает свет, во-вторых, Солнце испускает не только видимый свет, но еще и инфракрасное и ультрафиолетовое излучения, а они проходят через линзу иначе, чем видимый свет, и в фокусе не собираются (ультрафиолетовые лучи обычным стеклом поглощаются почти полностью). Из этого следует, что с помощью линзы нельзя получить температуру более высокую, чем температура излучающего тела. Ясно, что то же самое относится и к изображениям, получаемым с помощью зеркал.

А теперь — короткая, но очень многозначительная цитата из статьи Ю. Н. Бабаева, А. А. Веденова, А. А. Филюкова «Прямое преобразование ядерной энергии в излучение — новое направление в ЛТС» *) (сб. «Будущее науки», 1982, вып. 15): «Концентрируя с помощью линз или зеркал солнечное излучение, принципиально невозможно получить температуру в фокусе больше 6000 градусов, что соответствует действительной температуре излучения

*) ЛТС — лазерный термоядерный синтез.

нашего светила. С другой стороны, фокусируя излучение лазера на крупинку термоядерного горючего, ученые уже нескольких лабораторий мира получили термоядерные нейтроны, что свидетельствует о достижении температуры порядка килоэлектронвольта, т. е. около десяти миллионов градусов».

Видите? Лазеру под силу то, что не под силу Солнцу. Правда, разговор о том, почему свет лазера качественно отличается от солнечного, на школьном уровне вести трудно и в детали физики лазеров мы углубляться не будем. Однако сказанного вполне достаточно, чтобы не расстраиваться из-за того, что дорога «солнечного термоядерного синтеза» оказалась закрытой — фантастические возможности лазера открывают новые пути и дают все основания для оптимизма. Во избежание недоразумений заметим, что рассматриваемый нами гипотетический «солнечный термоядерный синтез» не имеет ничего общего с реакциями термоядерного синтеза, протекающими на Солнце вполне благополучно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Все сплошные «что» да «если»,
«Почему», «откуда», «как»!
А на них ответы есть ли?
Говорят примерно так:
Очень скоро подрастешь,
Тайны эти сам поймешь.

Л. Харш. «Почемушки и откуда»

Вот и кончилась эта маленькая книжка о физике вокруг нас. Даже если бы она была в 100 раз толще, в ней все равно удалось бы описать только ничтожно малую часть тех явлений, которые интересно рассмотреть с точки зрения физики. Собственно, основная трудность при написании этой книжки и состояла в том, что хотелось рассказать о полете бумажного самолетика и хлопке газовой плиты, о горении спичек и устройстве музыкальной шкалы, о ползании змей и сгорании метеоритов, о журчании ручьев, о песочных часах и о многом другом — но даже если очень хочется, объять необъятного все-таки нельзя. Приходилось жертвовать одним для того, чтобы хоть чуть-чуть подробнее рассказать о другом.

Читатель, вероятно, заметил, что в книге имеется довольно много фраз типа: «Такая теория сложна...», «Это мы рассматривать не будем...», «Придется поверить на слово...» и т. д. Другая проблема при написании книги состояла в том, что о некоторых процессах школьнику рассказать очень трудно — есть трудности вычислительного характера. Физика устроена так, что действительно интересные вещи начинаются в ней с некоторого уровня сложности. При разговоре на «школьном уровне» о виброразделении, устойчивости велосипеда, выливании воды из ведра, разрушении, плавании в неньютоновских жидкостях и т. д. изложение приходится упрощать настолько, что иногда теряется самое интересное. Для понимания по-настоящему красивых вещей школьникам надо еще подрасти и узнать много нового.

И одна из прекрасных особенностей физики состоит в том, что чем больше ее изучаешь, тем интереснее она

становится — именно поэтому все физики очень любят свою работу.

При изучении физики часто, возникают трудности, но бояться их не следует. Об этом замечательно сказано в следующем стихотворении С. В. Михалкова:

дятлы

Дятел Дятлу говорит:

— До чего ж башка болит!

Намотался вокруг стволов,

Так устал, что нету слов!

Целый день долблю, долблю,

А как день кончается,

Равен мой улов нулю.

Вот что получается!

Надоело зря долбить!

Присоветуй, как мне быть?

Отвечает Дятлу Дятел:

— Ты с ума, должно быть, спятил:

«Надоело зря долбить»!

Что за настроение?

Надо выдержанней быть

И иметь терпение!

Без настойчивой долбежки

Не добыть жучка и мошки!..

Дятел с Дятлом говорил,

Дятел Дятла подбодрил.

И опять мы слышим стук:

Тук-тук-тук...

Тук-тук...

Тук-тук...

В заключение автор желает читателям успехов в изучении самой прекрасной из наук — физики.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
Г л а в а 1. МЕХАНИКА	5
§ 1. Как поворачивают поезда?	5
Первые неожиданности (5). Первый шаг к разгадке (8). Второй шаг к разгадке (10). Что происходит на самом деле? (11).	
§ 2. Как тормозит автомобиль?	17
Несколько строк о трении (17). Что происходит при трении колес? (20). Ускорение на прямой (26). Что такое силы инерции? (27). Вернемся к ускоряющемуся автомобилю (30). Соппротивление воздуха (32). Торможение на прямой (33). Занос (34).	
§ 3. Почему не падает велосипед?	36
О разнице между двух- и трехколесным велосипедами (36). Факторы устойчивости (38). Что такое гироскоп? (44)	
§ 4. Как образовались холмы?	50
Присмотримся к пейзажу за окном (50). Когда случались ледниковые периоды? (50). Как Земля движется вокруг Солнца? (53). Как планеты Солнечной системы изменяют орбиту Земли? (54).	
§ 5. Как действует на смесь вибрация?	58
Крупная или мелкая? (58). Как быть на месте Василисы? (59). Что происходит при встряхивании? (61). Еще раз о картошке (66). Упаковки шаров (68). Так все-таки, крупная или мелкая? (72).	
Г л а в а 2. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ	77
§ 1. Почему вода выливается из ведра?	77
Загадка (77). Разгадка (79). Немного математики (80).	
Г л а в а 3. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ	85
§ 1. Почему капля «камень точит»?	85
Об одном свойстве падающих капель (85). Как вычислить давление струи на преграду? (86). Удар капли о преграду (88).	
§ 2. Почему не разрушается янтарь?	91
Загадка «солнечного камня» (91). Как определяется твердость материалов? (92). Янтарь и закон Архимеда (94).	
§ 3. Почему болото засасывает?	97
Об одном опасном свойстве трясины (97). Физические свойства трясины (98). Что такое вязкость? (99). О плавании тел в ньютоновских жидкостях (103). О плавании тел в бингамовских жидкостях (104). Причины перепогружения (105). Можно ли спастись, попав в трясины? (107). Вернемся к физике (109).	
§ 4. Жидкостью или твердым телом является смола?	110

Г л а в а 4. ТЕПЛОТА	112
§ 1. Что делают вороны на льду?	112
О загадочном поведении птиц (112). Разгадка (112). Сколько тепла выделяется при образований льда? (113). С какой скоростью растёт толщина льда? (115). Сколько тепла получает вода? (116). Сколько тепла забирает лёд? (117). Температурный эффект (119).	
§ 2. Почему возможна зимняя рыбалка?	121
Несколько слов о рыбах и воде (121). Тепловое расширение воды (122). Вода и лёд (125). Как происходит замерзание воды? (126).	
§ 3. Как уберечься от холода?	128
Несколько слов о биофизике (128). Почему киты не замерзают? (129). Как сохранить тепло? (130). Вернёмся к людям (132).	
Г л а в а 5. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МОЛЕКУЛ	134
§ 1. Почему стекло режется ножницами?	134
Об одном небезопасном эксперименте (134). Эффект Иоффе (135). Трещины Гриффитса (139). Вода и трещины в стекле (141).	
Г л а в а 6. ОПТИКА	144
§ 1. Почему у кошки глаза светятся?	144
§ 2. Далеко ли до радуги?	146
§ 3. Какова температура солнечного зайчика?	148
О солнечных зайчиках, Архимеде и термоядерном синтезе (148). Теорема о равенстве яркости предмета и изображения (152).	
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	156

Сергей Степанович Хилькевич

ФИЗИКА ВОКРУГ НАС

Серия «Библиотечка «Квант», вып. 40

Редактор *Л. А. Панюшкина*

Технический редактор *Е. В. Морозова*

Корректор *Н. Д. Дорохова*

ИБ № 12523

Сдано в набор 25.07.84. Подписано к печати 28.12.84. Т-23650. Формат 84×
×108¹/₃₂. Бумага тип. № 3. Литературная гарнитура. Высокая печать. Усл.
печ. л. 8,4. Усл. кр.-отт. 8,61. Уч.-изд. л. 8,65. Тираж 150 000 экз. Заказ № 1524.
Цена 25 коп.

Издательство «Наука»

Главная редакция физико-математической литературы
117071 Москва В-71, Ленинский проспект, 15

Ордена Октябрьской Революции, ордена Трудового Красного Знамени Ленин-
градское производственно-техническое объединение «Печатный Двор» имени
А. М. Горького Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 197136 Ленинград
П-136, Чкаловский пр., 15.

